

## **Топологическая текстурно-фрактальная обработка сигналов и полей в радиофизике, радиотехнике и радиолокации: созданные методы и технологии (1979 – 2022 гг.) - фрактальный инжиниринг**

Александр Потапов\*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия  
potapov@cplire.ru

### **Аннотация**

В докладе рассматриваются основные направления внедрения текстур, фракталов, дробных операторов, динамического хаоса и методов нелинейной динамики для создания новых информационных (прорывных) технологий. Исследования проводятся в фундаментальном научном направлении «Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: проектирование фрактальных радиосистем», инициированного и разрабатываемого автором в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН с 1979 г. по настоящее время. Актуальность проведения данных исследований связана с необходимостью более точного описания всех реальных процессов, происходящих в радиофизических и радиотехнических системах: учет эрeditарности (памяти), негауссовости и скейлинга физических сигналов и полей. Применение фрактальных систем, датчиков и узлов является принципиально новым решением, существенно меняющим принципы построения интеллектуальных радиотехнических систем и устройств. Выполненные исследования являются приоритетными в мире и служат базой для дальнейшего развития и обоснования практического применения фрактально-скейлинговых и текстурных методов в синтезе принципиально новых топологических текстурно-фрактальных методов обнаружения сигналов в пространственно-временном канале распространения волн с рассеянием (новый вид радиолокации). Впервые введены понятия «фрактальная инженерия» и «фрактальный инжиниринг».

### **Ключевые слова**

Текстура, фрактал, скейлинг, сигнатура, обнаружение и распознавание целей, радар, вычислительная метаповерхность, фрактальная инженерия, фрактальный инжиниринг

## **Topological texture-fractal processing of signals and fields in radiophysics, radio engineering and radiolocation: developed methods and technologies (1979 – 2022) - fractal engineering**

Alexander Potapov\*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kotel'nikov institute of radio engineering and electronics of RAS, Moscow, Russia  
potapov@cplire.ru

### **Abstract**

The report discusses the main directions of the introduction of textures, fractals, fractional operators, dynamic chaos and methods of nonlinear dynamics to create new information (breakthrough) technologies. The research is carried out in the fundamental scientific direction "Fractal radio physics and fractal radio electronics: design of fractal radio systems", initiated and developed by the author in V. A. Kotel'nikov IREE RAS from 1979 to the present. The relevance of these studies is related to the need for a more accurate description of all real processes occurring in radio physical and radio engineering systems: taking into account the hereditarity (memory), non-Gaussianity and scaling of physical signals and fields. The use of fractal systems, sensors and nodes is a fundamentally new solution that significantly changes the principles of building intelligent radio engineering systems and devices. The performed studies are priority ones in the world and serve as a basis for further development and justification of the practical application of fractal-scaling and texture methods in the synthesis of fundamentally new topological texture-fractal methods for detecting signals in the space-time channel of waves propagation with scattering (a new type of radar). The concepts of fractal engineering are

\*<sup>1</sup> Corresponding author

introduced for the first time.

### Keywords

Texture, fractal, scaling, signature, target detection and recognition, radar, computing metasurface, fractal engineering

*«Ученые изучают мир как он есть;  
инженеры создают мир,  
которого раньше не было».*

Теодор фон Карман

## Введение

В настоящее время в радиофизике, радиоэлектронике и обработке сигналов преимущественно, привычно и повсеместно используются целочисленные меры (интегралы и производные целого порядка), гауссова статистика, марковские процессы и т.п. Актуальность проведения авторских исследований связана с необходимостью более точного описания реальных процессов, происходящих в современных радиофизических и радиотехнических системах. Это, прежде всего, учет эрдитарности (памяти), негассовости и скейлинга (самоподобия, автомодельности) физических сигналов и полей. Все эти понятия входят в определение фрактальных множеств или фракталов, впервые предложенных Б. Мандельбротом в 1975 году [1, 2]. В работе представлены основные направления внедрения текстур, фракталов, дробных операторов и методов нелинейной динамики в фундаментальные задачи радиофизики, радиолокации и широкий спектр радиотехнических наук для создания новых информационных (прорывных) технологий.

Проблема, вынесенная в название работы, начала изучаться впервые в мире автором более 40 лет назад в ИРЭ АН СССР в связи с выполнением цикла фундаментальных исследований с ведущими отраслевыми НИИ и конструкторскими бюро СССР и России, посвященных созданию новых прорывных технологий для радиолокации. Основное, это обнаружение по одномерной (вероятностный статистический сигнал) и многомерной (стохастические оптические и радиолокационные изображения) выборке разнообразных малоконтрастных объектов на фоне интенсивных помех от поверхности Земли. Исследование проводится в рамках научного направления «Фрактальная радиофизика и

фрактальная радиоэлектроника: проектирование фрактальных радиосистем», инициированного и разрабатываемого автором в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН с 1979 года по настоящее время [3-42]. Введение в научный обиход радиолокации вышеупомянутых понятий позволило автору впервые в мире предложить, а затем и применить новые размерностные и топологические (а не энергетические!) признаки или инварианты, которые объединены под обобщенным понятием «топология выборки» ~ «фрактальная сигнатура». Поэтому применение идей масштабной инвариантности – «скейлинга» совместно с теорией множеств, теорией дробной размерности, дробным исчислением, общей топологией, геометрической теорией меры и теорией динамических систем открывают большие потенциальные возможности и новые перспективы в обработке многомерных сигналов и в родственных научных и технических областях.

В физическом аспекте термин «эредитарность» эквивалентен понятиям «память», «последствие», «наследственность», и естественно ввести функционалы памяти, что и сделано автором. Например, актуальная задача обнаружения малоконтрастных объектов на фоне интенсивных помех неизбежно требует, чтобы предложить, а затем и вычислить некоторую принципиально новую характеристику, которая отличается от функционалов, связанных с энергией помех и сигнала, а определяется исключительно топологией и размерностью принятой смеси сигнала с помехами и шумами. При этом физики включили в свой арсенал новый математический аппарат, а математики обогатились новыми эвристическими соображениями и совместными постановками задач.

Основное назначение данной работы – познакомить читателя с созданными текстурными и фрактальными (мультифрактальными) методами, а также их применением в целом. Более подробные сведения и необходимые доказательства читатель найдет в авторских книгах и оригинальных работах по этой теме. В настоящее время можно уверенно говорить о проектировании полностью фрактальных радиосистем и устройств. Замечу, что в работе неизбежны повторы и корреляции с прежними выступлениями автора на различных конференциях и симпозиумах; это проявление того же самого скейлинга и фрактальности совместно с желанием донести свои оригинальные идеи и методы до разной аудитории в мире.

## Современные радиосистемы и новые топологические признаки

Для дальнейшей конкретизации проблем обнаружения радиолокационных многомерных сигналов, считаем, что первичная информация поступает от различных современных радиосистем в виде одномерного сигнала и/или радиолокационного изображения (РЛИ) – рис. 1а. Технологии ММО систем в общем случае подразумевает, что каждое радиотехническое устройство, участвующее в обмене данными, будет иметь по несколько пространственно распределенных приемных и передающих антенн. Основной идеей фрактальных ММО-радаров является использование фрактальных антенн и фрактальных обнаружителей [3-7, 30-42].

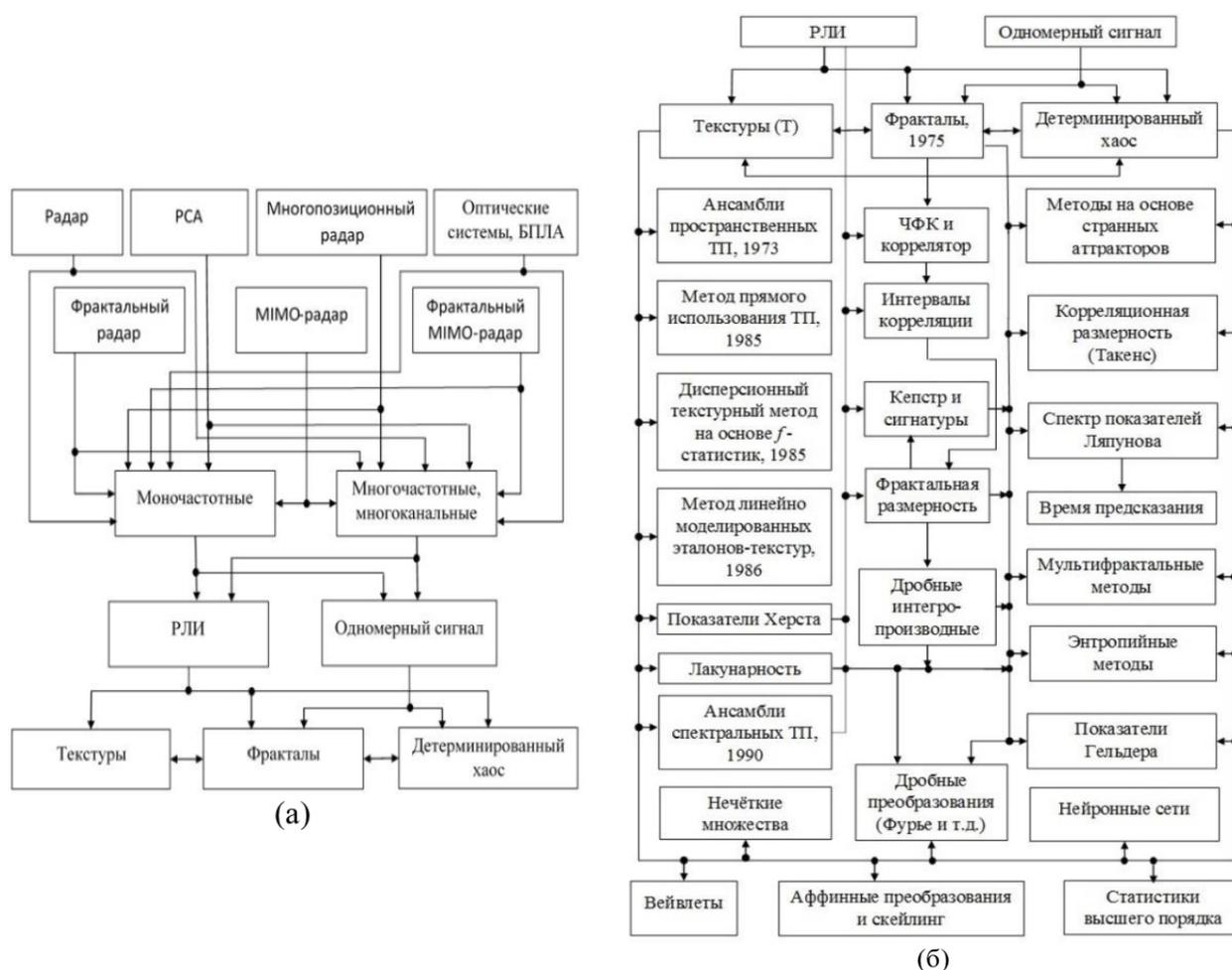


Рис. 1. Радиосистемы исходной первичной информации (включены фрактальный радиолокатор и фрактальный ММО-радар) (а) и новые топологические признаки и методы обнаружения малококонтрастных (малозаметных) объектов на фоне интенсивных шумов и помех (б): РСА – радиолокатор с синтезированной апертурой, БПЛА – беспилотный летательный аппарат, ТП – текстурные признаки, ЧФК – частотная функция когерентности

Способность фрактальных антенн одновременно работать на нескольких частотах или излучать широкополосный зондирующий сигнал дает резкое увеличение числа степеней свободы, что определяет многие важные преимущества такого вида радиолокации и значительно расширяет возможности адаптации. Для отражения этих особенностей автором в [3-6, 33-38] введен новый термин «фрактально-частотные ММО-системы (FF ММО)», что более полно отражает их физические возможности. Идеология фрактальной РЛС базируется на разработанной автором концепции фрактальных радиосистем [3-7] (см. далее).

Все существующие на данный момент методы и признаки обнаружения малозаметных объектов на фоне интенсивных отражений от моря, земли и метеорологических образований компактно представлены далее на рис. 16. Там же отмечены взаимосвязи между разнообразными признаками и методами.

Введение в США в 1973 г. понятия ансамбля текстурных признаков, позволило автору в 80-е годы XX века впервые в мире рассчитать полные ансамбли из 28 текстурных признаков и провести их детальный синхронный анализ для реальных изображений (оптических (АФС) и радиолокационных в диапазоне миллиметровых волн (ММВ) на волне 8,6 мм), а также синтезированных текстур на основе авторегрессионных моделей в зависимости от времени года [3-7, 10, 14, 19, 21]. Многолетние натурные эксперименты проводились автором совместно с ЦКБ «Алмаз» и другими ведущими промышленными организациями СССР. Все исследования велись на длинах волн  $\lambda = 2,2$  и 8,6 мм (активное излучение) и  $\lambda = 3,5$  мм (пассивное излучение). При выделении сигнала ММВ, рассеянного разнообразными земными покровами, автор еще в 1985 г. проводил первые эксперименты по селекции участков частотного и временного скейлинга, наличие которых и предполагают определенные фрактальные свойства принятой выборки. При этом была поставлена и решена задача расчета текстурных признаков с учетом дрейфа их сигнатур при изменении времени года. Были оптимизированы оценки влияния размера окон на точность определения текстурных признаков для изображений различных типов земных покровов.

В России длительное время наши работы по исследованию РЛИ земных покровов на ММВ с использованием текстурной информации фактически были единственными и актуальны до сих пор (особенно, в настоящее время) [3-7, 14, 19]. Сейчас появилось много последователей.

После расчета ансамблей текстурных признаков по оптическим и радиолокационным изображениям автором в 1985–1986 гг. были предложены методы и алгоритмы для

обнаружения малоcontrastных целей на фоне интенсивных помех. К ним относятся: метод прямого использования текстурных признаков (1985), дисперсионный метод на основе  $f$ -статистик (1985) и метод обнаружения с помощью линейно-моделированных эталонов – текстур (1986) [3-7, 14]. Созданные методы обнаружения устойчиво работали при малых отношениях сигнал/помеха  $q_0^2$  порядка единицы или меньше единицы (в размах). Насколько известно автору, за рубежом ни одного текстурного метода обнаружения малоcontrastных объектов предложено не было. Кроме того, важным достоинством текстурных методов обработки является возможность нейтрализации спеклов на когерентных изображениях земной поверхности, полученных с помощью РСА.

Многие естественные объекты, такие как почва, растительность, облака и т.п. проявляют фрактальные свойства в некоторых масштабах [1-4]. В настоящее время анализ естественных текстур претерпел значительные изменения из-за использования метрик, заимствованных во фрактальной геометрии. После текстуры было введено понятие фракталов, т.е., признаков, основных на теории дробной меры, для принципиально иного подхода к решению современных радиолокационных задач. Фрактальная размерность  $D$  или ее сигнатура в различных участках изображения поверхности является мерой текстуры, т.е., свойств пространственной корреляции рассеяния радиоволн от соответствующих участков поверхности.

Методы детерминированного хаоса широко развиты, они представлены в правом столбце рис. 1б. Отметим лишь, что алгоритмы радиолокационного обнаружения малоcontrastных объектов на фоне лесных массивов для радиолокатора на длине волны 2,2 мм опробованы нами в 2001 году. Был впервые реконструирован странный аттрактор, управляющий радиолокационным рассеянием ММВ, и измерены его динамические и геометрические характеристики, а также вычислены фрактальные размерности  $D$  в зависимости от значения размерности вложения  $m$  [3-8]. Наиболее точную оценку  $D$  получаем при изломе выпуклой зависимости  $D(m)$ , при этом нас не интересует усечение масштабов сверху и снизу.

По найденному максимальному показателю Ляпунова  $\lambda_1 > 0,6$  бит/с было определено, что, при измерении текущих условий с точностью до 1 бит, вся предсказательная мощность во времени теряется за 1,7 с. Поэтому интервал предсказания интенсивности отраженного сигнала больше классического времени корреляции  $\tau$  примерно в 8 раз ( $\tau \approx 210$  мс при скорости ветра 3 м/с). Интервал предсказания позволяет примерно оценить амплитуду

следующих отсчетов в выборке и может быть также применен в практике радиолокации [3, 4, 8]. Расчеты показателя Херста  $H$  показали, что в двух случаях из трех процесс рассеяния ММВ лесными массивами соответствует персистентному процессу с  $H > 0,5$ , т.е. процессу с памятью.

### Внедрение в радиофизику, радиотехнику и радиолокацию новых физических положений и математических понятий

Ниже конспективно рассмотрим основные положения созданной автором физической концепции на основе теории фракталов, текстур и дробных операторов.

#### *Текстура и фрактал*

Текстура – это матрица или фрагмент пространственных свойств участков изображений с однородными статистическими характеристиками [1-7, 14]. Текстурные признаки (ТП) основаны на статистических характеристиках уровней интенсивности элементов изображения и относятся к вероятностным признакам, случайные значения которых распределены по всем классам природных объектов. Решение о принадлежности текстуры к тому или иному классу может приниматься только на основании конкретных значений признаков данной текстуры. В таком случае принято говорить о сигнатуре текстуры. Обнаружение и идентификация цели происходит тогда, когда цель затеняет участок фона, изменяя при этом интегральные параметры текстуры.

Классические радиолокационные сигнатуры включают в себя временные, спектральные и поляризационные особенности (признаки) отраженного сигнала. Понятие «сигнатура» описывает распределение генеральной совокупности измерений для данной текстуры в сценах такого же типа, как и данная [3, 4, 14].

Фракталы относятся к множествам с крайне нерегулярной разветвленной или изрезанной структурой. Теория фракталов рассматривает вместо целочисленных мер – дробные и базируется на новых количественных показателях в виде дробных размерностей  $D$  и соответствующих фрактальных сигнатур  $D(t, f, \vec{r})$ . Фрактальные дробные размерности  $D$  характеризуют не только топологию объектов, но и отражают процессы эволюции динамических систем и связаны с их свойствами.

Фрактальная геометрия, как отмечено выше, громадная и гениальная заслуга Б.

Мандельброта (1924 – 2010 гг.). Но ее радиофизическое/радиотехническое и практическое воплощение – это исключительная заслуга известной в мире Российской научной школы фрактальных методов под руководством проф. А.А. Потапова (ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН). Большое значение среди мирового сообщества ученых, занимающихся динамическим хаосом и фракталами, имел тот факт, что разработанная автором классификация фракталов (Рисунок 2) была в декабре 2005 г. в США лично одобрена Б. Мандельбротом (1924 – 2010 гг.).

Несколько утрируя, можно сказать, что фракталы составляли тонкую амальгаму на мощном острове науки конца XX века. В современной ситуации интеллектуальное фиаско потерпели попытки принизить их значение и опираться только на классические знания.

Необходимо сказать, что вся современная радиотехника базируется на классической теории целочисленной меры и целочисленного исчисления. Таким образом, исторически «за бортом» оказалась обширная область математического анализа, называемая дробным исчислением, имеющая дело с производными и интегралами произвольного (вещественного или комплексного) порядка, а также и вся теория фракталов (!). Автор с коллективом из различных городов своих помощников и учеников все это успешно исправляет в теории и на практике.

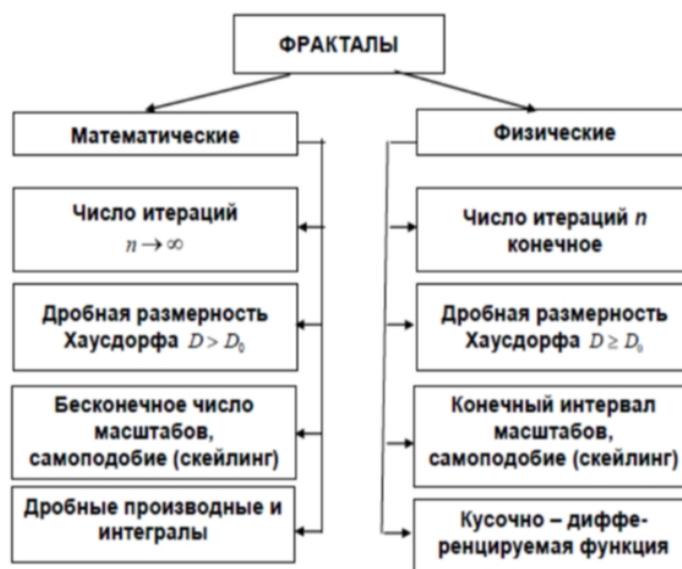


Рис. 2. Авторская классификация фрактальных множеств и сигнатур, одобренная и принятая Б. Мандельбротом в 2005 г.

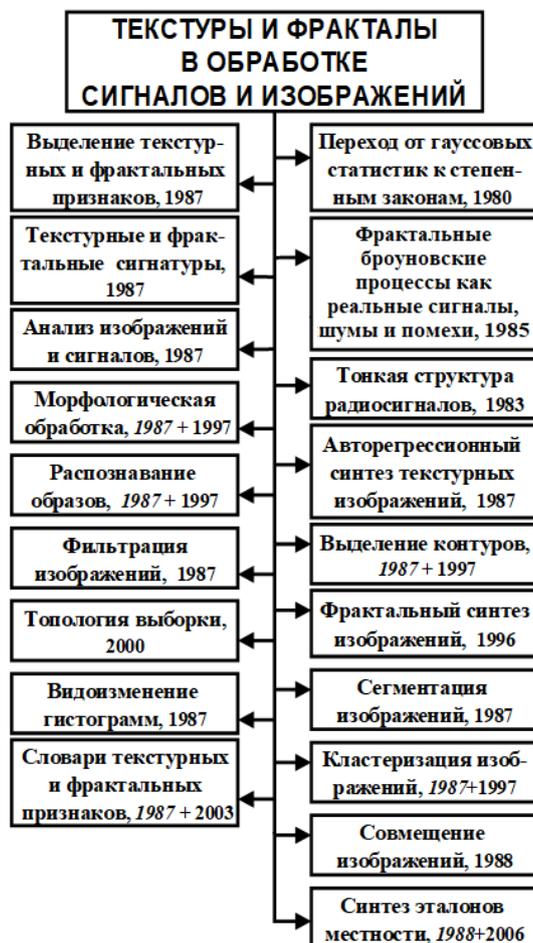


Рис. 3. Текстуры и фрактальные меры для малококонтрастных изображений и сверхслабых сигналов в интенсивных негауссовых шумах и помехах

*Топологическая текстурно-фрактальная обработка (ТТФО) малококонтрастных изображений и сверхслабых сигналов в интенсивных негауссовых помехах и шумах*

На Рисунке 3 приведена полная структура авторских исследований в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН текстурных и фрактальных методов обработки малококонтрастных изображений и сверхслабых сигналов в интенсивных негауссовых помехах. Разрабатываемые автором текстурные и фрактальные цифровые методы позволяют частично преодолеть априорную неопределенность в радиофизических и радиолокационных задачах с помощью геометрии или топологии выборки – одномерной или многомерной [3-42]. При этом исключительное значение приобретают топологические особенности индивидуальной выборки, а не усредненные реализации, имеющие зачастую другой характер. Это, впервые

введенная автором, проблема «размерностного склероза» физических сигналов и их сигнатур.

Фрактально-скейлинговые методы обработки сигналов, волновых полей и изображений в широком смысле основаны на той части информации, которая при классических методах обработки безвозвратно терялась. Иначе говоря, классические методы обработки сигналов принципиально выделяют только ту составляющую информации, которая связана с целочисленной мерой.

### **Негауссова статистика: теория и эксперимент**

В основе современной теории вероятностей лежат предельные теоремы о сходимости распределений сумм независимых случайных величин к так называемым устойчивым распределениям: гауссовым или негауссовым. Первые опираются на центральную предельную теорему, а вторые (негауссовы) – на предельную теорему, доказанную Б. В. Гнеденко (1939 г.) и W. Doeblin (1940 г.). Продолжительное и плодотворное участие автора в многомасштабных экспериментальных работах (1979 – 1990 гг.) совместно с ведущими организациями СССР, привели его к необходимости принципиального отказа от гауссовых статистик в случае достаточно высокого разрешения радиолокаторов. Все исследования проводились на длинах волн  $\lambda = 2,2$  и  $8,6$  мм (активное излучение) и  $\lambda = 3,5$  мм (пассивное излучение) [3, 4, 14]. Именно в радиофизических натуральных экспериментах автором была показана в 1979 – 1980 гг. неприменимость гауссовых статистик для почти всего диапазона углов падения электромагнитной волны. Анализ экспериментально полученных обширных баз данных (более чем 30 категорий земных покровов [3, 4, 14]) в совокупности с визуальным исследованием степени сложности изолиний рассеянного излучения, зафиксированного на оптических и радиолокационных изображениях, и привел автора к идеям введения ансамблей принципиально новых признаков, основанных на скейлинговых показателях и характеристиках дробной размерности, т.е. введения в практику фрактальных сигнатур  $D(t, f, \vec{r})$ . Данные экспериментов полностью определяют характерный вид фрактального распределения (паретиана) и роль тяжелых или утолщенных хвостов, которые и несут всю полезную информацию при сверхмалых отношениях сигнал/помеха – Рисунок 4.

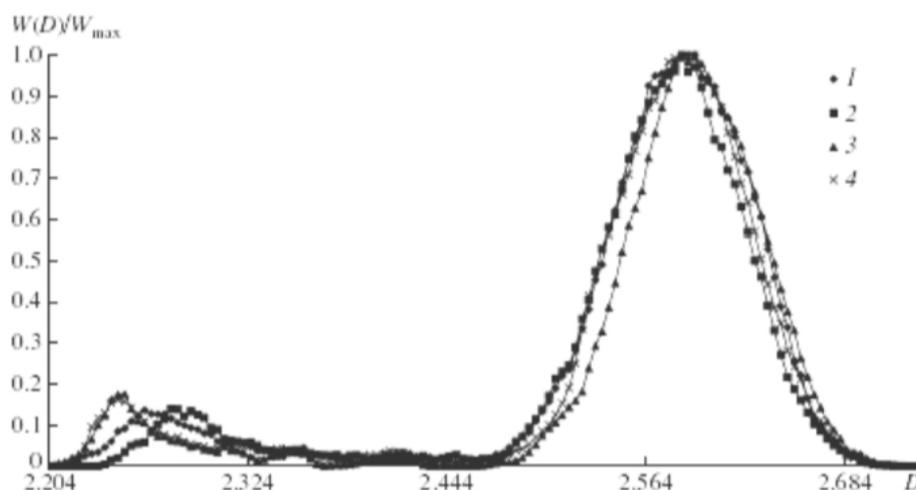


Рис. 4. Эмпирические обобщенные фрактальные распределения  $W(D)/W_{\max}$  с тяжелыми хвостами для сцен с сильными гауссовыми помехами: 1 и 3 – сцена А, 2 и 4 – сцена Б, 1 и 2 -  $q_0^2 = -10$ дБ, 3 и 4 -  $q_0^2 = -20$ дБ

Все современные радиосистемы практически используют информацию, которая фиксируется главным максимумом  $W(D)/W_{\max}$  (Рисунок 4, справа). Предложенные автором фрактальные радиосистемы и соответствующие методы приема основаны на фрактально-скейлинговых методах обработки сигналов, волновых полей и изображений, дополнительно использующих ту часть информации (локальный максимум  $W(D)/W_{\max}$ , Рисунок 4, слева), которая при классических методах обработки безвозвратно терялась и не учитывалась. Иначе говоря, классические методы обработки сигналов принципиально выделяют только ту составляющую информации, которая связана с целочисленной мерой. Математическим выражением самоподобия являются степенные законы.

### **Особенности методов определения фрактальной размерности и фрактальных сигнатур**

При фрактальном подходе естественно сосредоточить внимание на описании, а также обработке радиофизических сигналов и полей, исключительно в пространстве дробной меры с применением гипотезы физического скейлинга и распределений с тяжелыми хвостами или устойчивых распределений. Разработанные фрактальные методы могут функционировать на всех уровнях сигнала: амплитудном, частотном, фазовом и поляризованном. Ничего подобного в литературе до авторских исследований и работ в научном мире просто не существовало. Безусловной ценностью размерности Хаусдорфа – Безиковича является возможность ее экспериментального определения [1-7]. Практическая реализация метода покрытий наталкивается на трудности связанные с большим объемом вычислений. Связано

это с тем, что для вычисления размерности Хаусдорфа – Безиковича нужно измерять не просто соотношение, а верхнюю грань этого соотношения. Действительно, выбрав конечный масштаб, большим двух дискретов временного ряда или одного элемента изображения, мы создаем возможность «промахнуться» мимо некоторых особенностей фрактала. Во многих случаях решить эту проблему помогает построение фрактальной сигнатуры  $D(t, f, \vec{r})$  [3-7] или же зависимости оценок от масштаба наблюдения. Фрактальная сигнатура характеризует также пространственный фрактальный кепстр изображения. Помимо классической корреляционной размерности нами были созданы оригинальные методы измерения фрактальной размерности, в том числе: дисперсионный, учет сингулярностей, по функционалам, триадный, на основе метрики Хаусдорфа, вычитания выборок, на основе операции «Исключающее ИЛИ» и т.п. [10].

Существенным преимуществом дисперсионной размерности является ее простота реализации, быстродействие и эффективность вычислений. В 2000 г. было предложено вычислять фрактальную размерность с помощью локально-дисперсионного метода (см, например, [3, 4]). Параметры измеряющих фрактальные сигнатуры  $D(t, f, \vec{r})$  алгоритмов достаточно сильно влияют на ошибки измерений. В разработанных алгоритмах применяют два характерных окна: масштабное и измерительное. Объективные измерения получаются при масштабных окнах, превышающих размеры измерительного окна. С помощью масштабного окна выбирается необходимый масштаб измерений. Это окно определяет минимальное и максимальное значения масштабов, в которых наблюдается скейлинг. Поэтому масштабное окно служит для селекции распознаваемой цели и последующего описания ее в рамках фрактальной теории. С помощью измерительного окна по обычным методам статистики определяется локальная дисперсия яркости или интенсивности изображения. Локально-дисперсионный метод измерений фрактальной размерности  $D$  основан на измерении дисперсии интенсивности/яркости фрагментов изображения на двух пространственных масштабах:

$$D = \frac{\ln \sigma_2^2 - \ln \sigma_1^2}{\ln \delta_2 - \ln \delta_1}. \quad (1)$$

В формуле (1)  $\sigma_1, \sigma_2$  – среднеквадратические отклонения на первом  $\delta_1$  и втором  $\delta_2$  масштабах фрагмента изображения, соответственно. Точностные характеристики локально-дисперсионного метода исследованы в [10]. Определение одномерных фрактальных сигнатур

по площади исследуемых изображений в различных направлениях дает новый метод измерения анизотропии изображений поверхности. Следует отметить, что предложенный нами локально – дисперсионный метод измерения фрактальных сигнатур  $D(t, f, \vec{r})$  позволяет непосредственно получить эмпирические распределения фрактальных размерностей  $D$ .

В гауссовом случае дисперсионная размерность случайной последовательности сходится к размерности Хаусдорфа соответствующего стохастического процесса. Принципиальная сложность состоит в том, что любой численный метод включает дискретизацию (или дискретную аппроксимацию) анализируемого процесса или объекта, а дискретизация разрушает фрактальные свойства. Для разрешения этого противоречия необходима разработка специальной теории, основанной на методах фрактальной интерполяции и аппроксимации. Разнообразные топологические и размерные эффекты при фрактально-скейлинговом обнаружении и обработке многомерных сигналов были изучены в [3-42].

### Избранные классические примеры фрактальной обработки

Приведем избранные экспериментальные результаты ТТФО многомерных сигналов от объектов различной физической природы (Рисунок 5 – Рисунок 10).

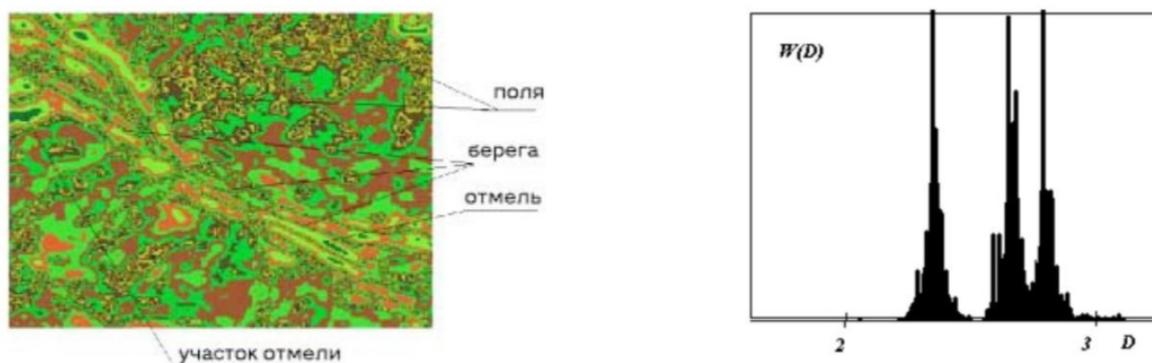


Рис. 5. Пример различения видов земных поверхностей по полю фрактальных сигнатур  $D$  (слева) и эмпирическое распределение  $D$  (справа) при сегментации по  $D$  текстур земных покровов на РЛИ.

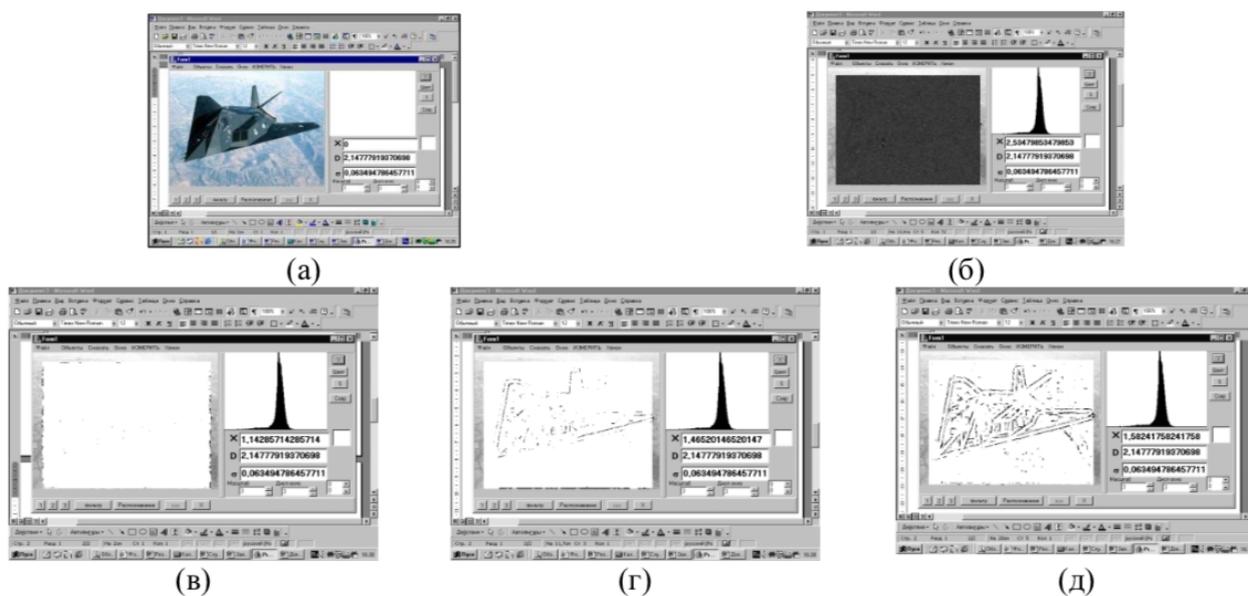


Рис. 6. Фрактальная обработка изображения самолета (а) F 117: (б) - изображение самолета F 117 в шумах при  $q_0^2 = -3$  дБ, (в) - пример фрактальной непараметрической фильтрации (ФПФ) изображения самолета при текущем значении  $D^{(1)} \approx X$ , (г) пример (ФПФ) изображения самолета при текущем значении  $D^{(2)} > D^{(1)}$ , (д) - пример (ФПФ) изображения самолета при значении  $D^{(3)} > D^{(2)} > D^{(1)}$ ; везде справа – текущий паретиан  $D$ .

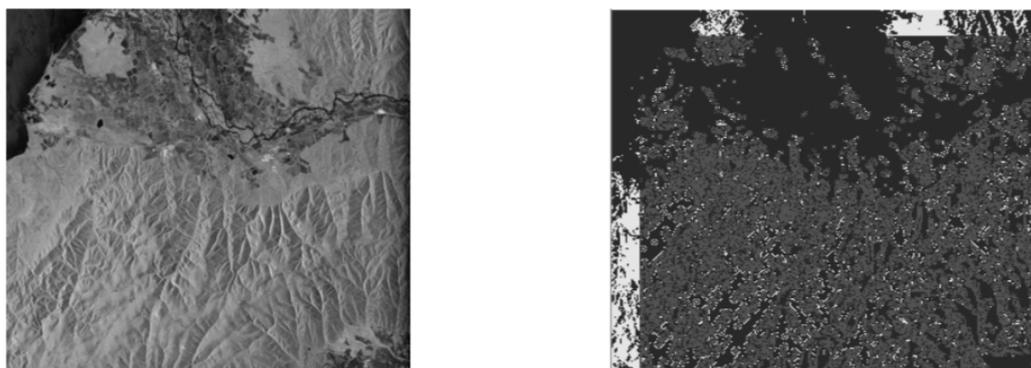


Рис. 7. Дельта реки Селенги на снимке PCA PALSAR (слева), результат фрактальной обработки (справа); длина волны 23 см, пространственное разрешение порядка 7 м.

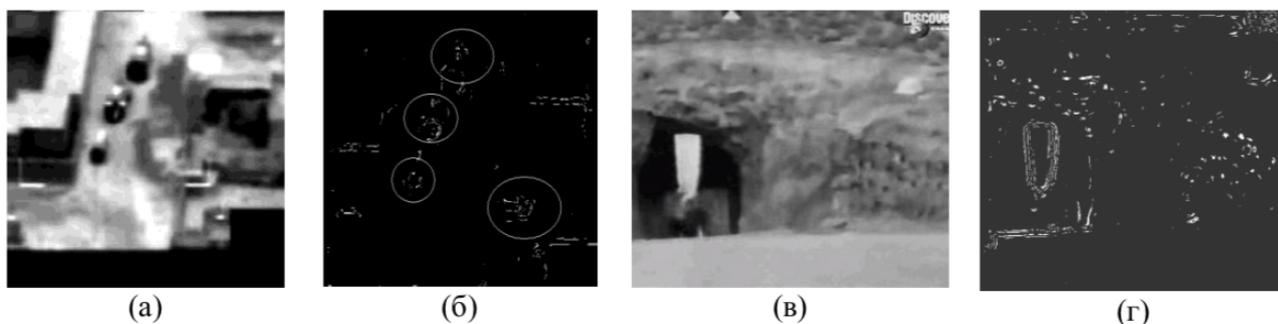


Рис. 8. Изображения с БПЛА (БЛА) местности с движущимися машинами (а) и горной местности с тоннелем (в) и результаты фильтрации по оценкам  $D$  (б, г).

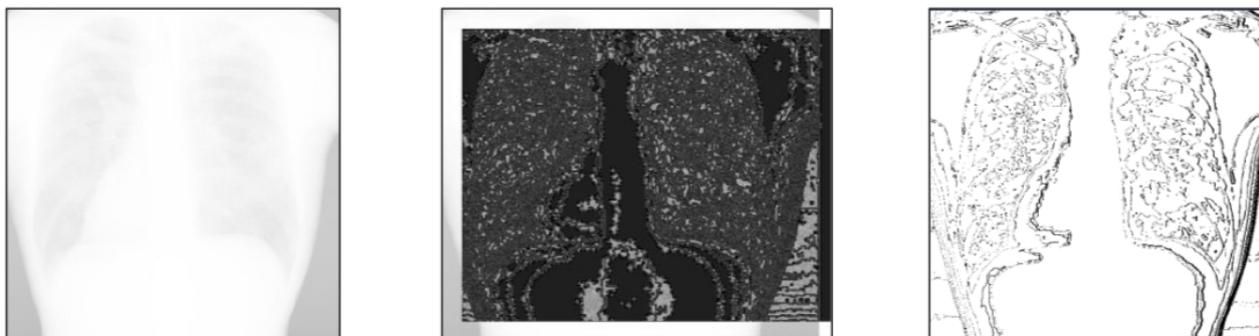
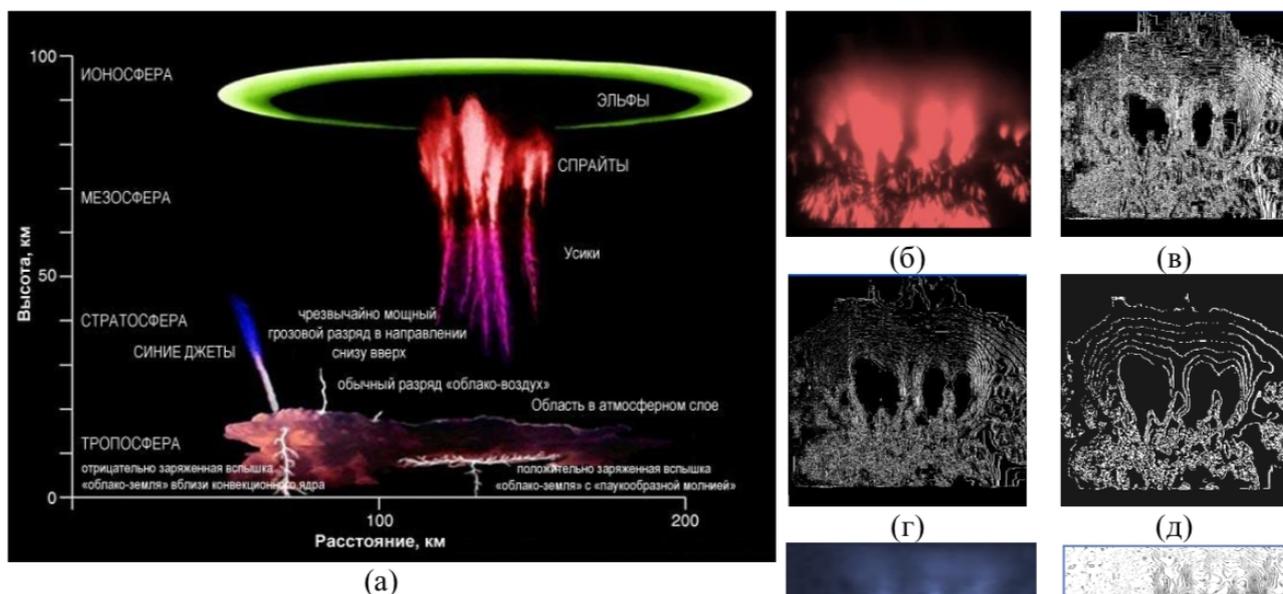


Рис. 9. Пример решения задачи фрактальной кластеризации рентгеновского снимка (а) по значению оценки фрактальной размерности  $D$  (б) и фрактальное выделение контуров (в) .



**Рисунок 10:** Динамические фрактальные структуры в атмосфере - (а), *спрайт* (съемка с КА - США, NASA) – (б); *джет* (ИК - съемка с КА - Китай) – (е); фрактальная фильтрация изображения спрайта: карта  $D = 2,3$  – (в); карта  $D = 2,6$  (г); карта  $D = 2,8$  (д); фрактальная фильтрация изображения джета: карта  $D$  – (ж); КА – космический аппарат

В частности, на рисунке 10 показаны уникальные фрактальные характеристики высотных разрядов в ионосфере. Каждые сутки небо прочерчивают 4 миллиона молний, ежесекундно – примерно 50. А над свинцовыми грозовыми фронтами, в верхних слоях атмосферы разворачивается световое шоу «призрачных молний»: голубые джеты, красно-

фиолетовые спрайты, красные кольца парящих в вышине эльфов. Это разряды очень высокой энергии, которые бьют не в землю, а в ионосферу.

История их открытия очень интересна. Спрайты, например, были открыты случайно в ночь с 5 по 6 июля 1989 г. в США. Высотные электрические разряды (20–100 км) подразделяются на несколько основных типов: эльфы, джеты, спрайты, гало, и т.д. Они наглядно подтвердили существование на нашей планете глобальной электрической цепи (ГЭЦ) и дали новые возможности для ее исследования. Это буквально вызвало шок у специалистов по астрономии, атмосферному электричеству, радиофизике, атмосферной акустике, физике газового разряда и аэрокосмической безопасности. На картах фрактальной размерности (Рисунок 10) четко различаются внешние, основные и сверхтонкие структуры. Динамические пространственно-временные особенности и морфология спрайтов могут быть объяснены, в частности, фрактальной геометрией разрядов и перколяцией. Здесь также применимо моделирование на основе фрактальных лабиринтов (см. ниже), которые хорошо отражают физику и морфологию таких ионосферных структур. Кстати, данные Рисунка 10 - это первые в мире результаты фрактальной обработки таких структур, которые вызвали в свое время ажиотаж на конференциях по радиолокации в США и Китае.

*Вывод:* многочисленные результаты (РСА, БПЛА или БЛА, медицина, космос, машиностроение и т.д.) показывают, что фрактальные методы обработки дают повышение качества и детализации объектов и целей в активном и пассивном режимах примерно в несколько раз. Эти методы могут быть успешно применены для обработки информации с космических, авиационных комплексов, малозаметных высотных псевдоспутников (HAPS) или обнаружения кластеров HAPS и БПЛА, синтезированных кластеров космических антенн, космического мусора и т.п.

## Фрактальные технологии, фрактальные радиосистемы и устройства

Глобальный фрактально-скейлинговый метод и ТТФО, благодаря нашим пионерским работам, разработан, существует, приобрел известную внутреннюю законченность, имеет общеизвестные мировые приоритеты, а потому в полной мере заслуживает серьезного анализа. Коренное отличие предложенных автором фрактальных методов от классических связано с принципиально иным (революционным) подходом к основным составляющим сигнала и поля. Это позволило перейти на новый уровень информационной структуры

реальных немарковских сигналов и полей. Таким образом, это принципиально новая радиотехника.

### Развитие прорывных фрактальных технологий

За более чем 40 лет научных исследований глобальный фрактально-скейлинговый метод полностью оправдал себя, найдя многочисленные приложения (рис. 11, 12). Это своего рода вызов времени. Все это обозначено автором как *фрактальная парадигма* [16, 17, 23]. Более развернутые сведения по всем приведенным направлениям можно найти в библиографии работ автора [5].

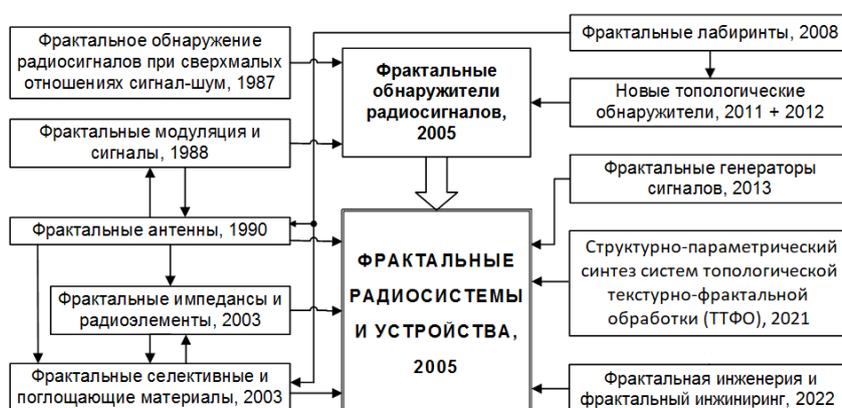


Рис. 11. Авторская концепция фрактальных радиосистем, датчиков, устройств и радиоэлементов.

Заметим, что на первой схеме (Рисунок 11, внизу справа) появился прямоугольник «Структурно-параметрический синтез систем текстурно-фрактальной обработки (ТТФО), 2021 г.», а на второй схеме (Рисунке 12, внизу справа) – два прямоугольника - «Фрактальное комплексирование РЛИ, 2020» и «Вычислительные метаповерхности, фотоника, 2019». Вышеуказанные очень существенные направления «Структурно-параметрический синтез систем текстурно-фрактальной обработки (ТТФО), 2021 г.» и «Фрактальное комплексирование РЛИ, 2020» выполнены совместно с соавторами-учениками из Военно-воздушной академии им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина [24-28]. Поясним значение этих тем.

Представленная схема структурно-параметрического синтеза (Рисунок 11) позволяет говорить об *оптимальности* ТТФО многомерных изображений, поскольку критерием эффективности служит максимум одной или одновременно нескольких вероятностных характеристик – классификации (сегментации), обнаружения или распознавания в

зависимости от решаемых системой задач. Для такого синтеза нами впервые и специально предложен в [28] принципиально новый класс *топологических текстурно-мультифрактальных признаков*, позволяющих совместно оценивать различные фрактальные свойства текстуры. При этом решаются все вопросы совместной оценки скейлинговых, сингулярных, мультифрактальных и анизотропных свойств текстуры изображений любого вида. Этот новый класс признаков мы назвали *направленной морфологической мультифрактальной сигнатурой* (НММФС) [28]. На основе полученных результатов и их сравнения с точностью сегментации по существующему признаку сделан вывод о большей информативности нового класса топологических фрактальных признаков.

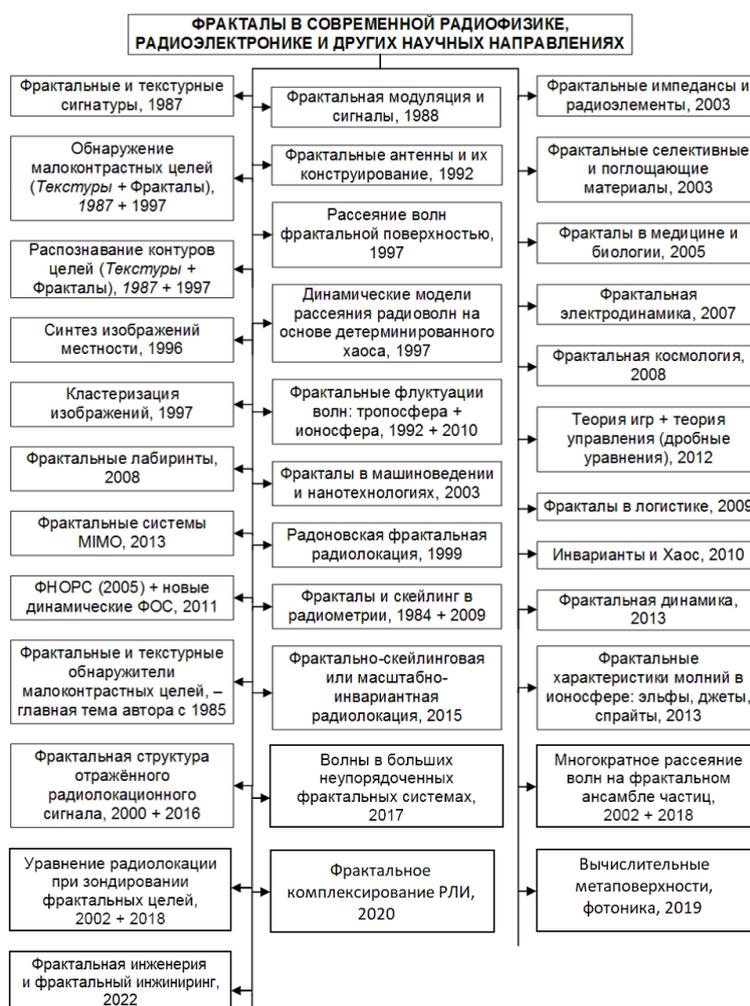


Рис. 12. Эскиз развития автором прорывных технологий на основе фракталов, эффектов скейлинга и дробных операторов для нелинейной физики и радиоэлектроники: ФНОРС – фрактальный непараметрический обнаружитель радиолокационных сигналов, ФОС – фрактальный обнаружитель сигналов.

По второй теме (Рис. 12) в 2021 г. был получен патент РФ с приоритетом от 2020 г. [24] и выпущен ряд статей [24-27]. Несмотря на существование в настоящее время методов, способов и алгоритмов текстурно-фрактальной обработки изображений, задача эффективного комплексирования многомерных РЛИ до сих пор не решена (Рис. 13 а,б).

С учетом результатов статистического анализа значений яркости и фрактальных сигнатур двумерных РЛИ в работах [24-27] нами предложен новый способ комплексирования РЛИ многодиапазонной РСА, основанный, в отличие от известных, на одновременном вычислении скользящим окном по всем исходным РЛИ локальных мультифрактальных размерностей методом итерационных покрытий, позволяющий существенно повысить информативность изображений, оцениваемую по энтропии. Применение данного способа позволяет существенно повысить информативность радиосистем, особенно в случае постановки помех и маскирования объектов в некоторых или всех частотных диапазонах.

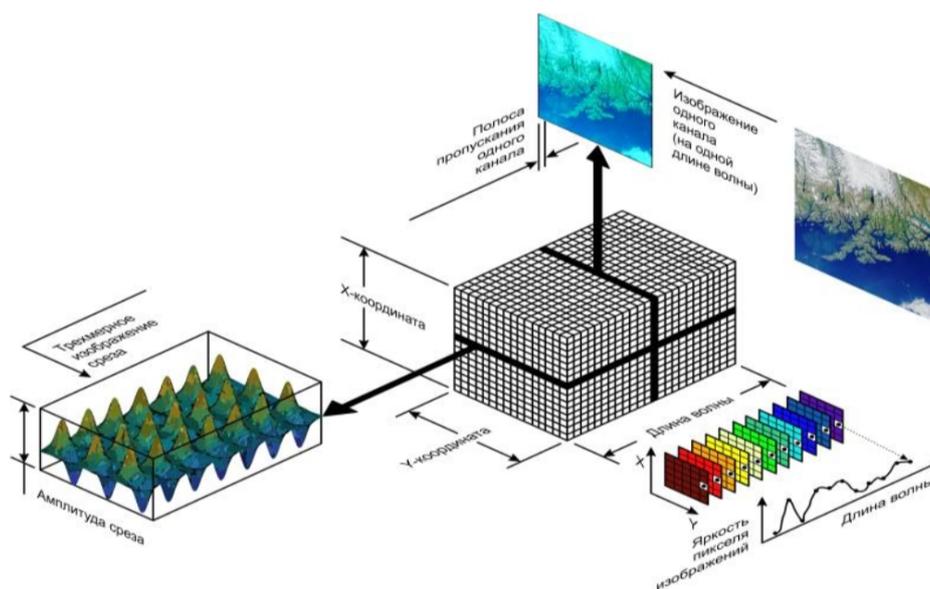


Рис. 13, а. Модель хранения и анализа мульти- и гиперспектральных данных [27]

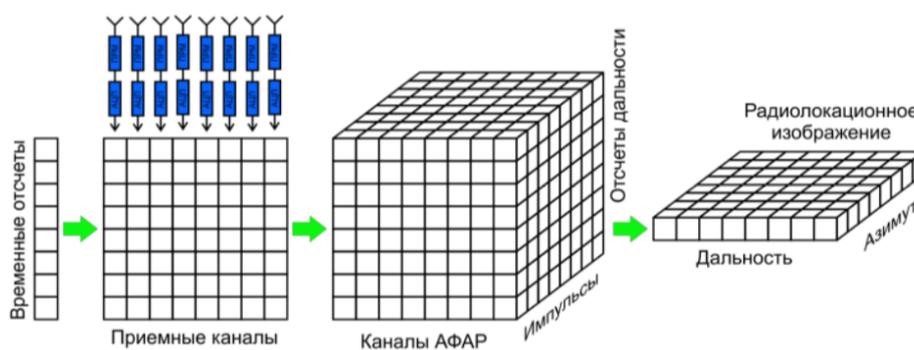


Рис. 13, б. Модель формирования куба радиолокационных данных [27]

### Топологические текстурно-фрактальные обнаружители

Создание первого эталонного словаря фрактальных признаков классов целей, включающего фрактальные примитивы – элементы фрактального языка, фрактальные символы, фрактальную грамматику для фрактальных слов, и постоянное совершенствование алгоритмического обеспечения явились основными этапами при разработке и макетировании нами первого фрактального непараметрического обнаружителя радиолокационных сигналов (ФНОРС) в виде спецпроцессора [3, 4]. Основные принципы текстурно-фрактального обнаружителя были открыты и предложены автором еще в 80-х гг. XX века, а выход (впервые в мире – см. Рис. 11 и 12) на действующий макет фрактального непараметрического обнаружителя радиолокационных сигналов (ФНОРС) произведен в 2003 - 2005 гг. [3-7]. Он демонстрировался лично в США в 2005 г. по проекту МНТЦ (ЦКБ «Алмаз» и А.А. Потапов от ИРЭ РАН) и заслужил очень высокую оценку специалистов [5].

Такие фрактальные исследования начались практически одновременно в России, США и Китае в 1980-е гг. [3, 4]. Но в работах автора была сразу же заявлена, поставлена и решалась глобальная задача обнаружения фрактального объекта на интенсивном текстурно-фрактальном фоне с гауссовыми и негауссовыми шумами и помехами [3-7]. Отличие и методология авторского подхода были настолько глубоки и необычны, что из Центра космической плазмы и Аэроисследований США (г. Хантсвилл - «ракетный город США», шт. Алабама) было направлено 14.12.2005 г. на имя директора ИРЭ РАН академика Ю. В. Гуляева официальное благодарственное письмо с отзывом о высокой научной квалификации д.ф.-м.н. А. А. Потапова и признанием его приоритетов в области фракталов в радарх;

последовал также ряд иностранных статей со ссылками на наши первые русские работы по фрактальной обработке сигналов и РЛИ. И уже 16.12.2005 г. в Нью-Йорке состоялась моя встреча с Б. Мандельбротом.

Переход к ФОС базируется на концепции фрактальных радиосистем – Рисунок 11. Варианты обобщенных структур радиолокационных фрактальных обнаружителей представлены на Рисунке 14. В качестве признаков  $\xi$  используются значения фрактальной размерности  $D$ , показатели Херста  $0 \leq H \leq 1$  для многомасштабных поверхностей, показатели Гельдера, значения лакуарности и т.д. (Рис. 1, б).

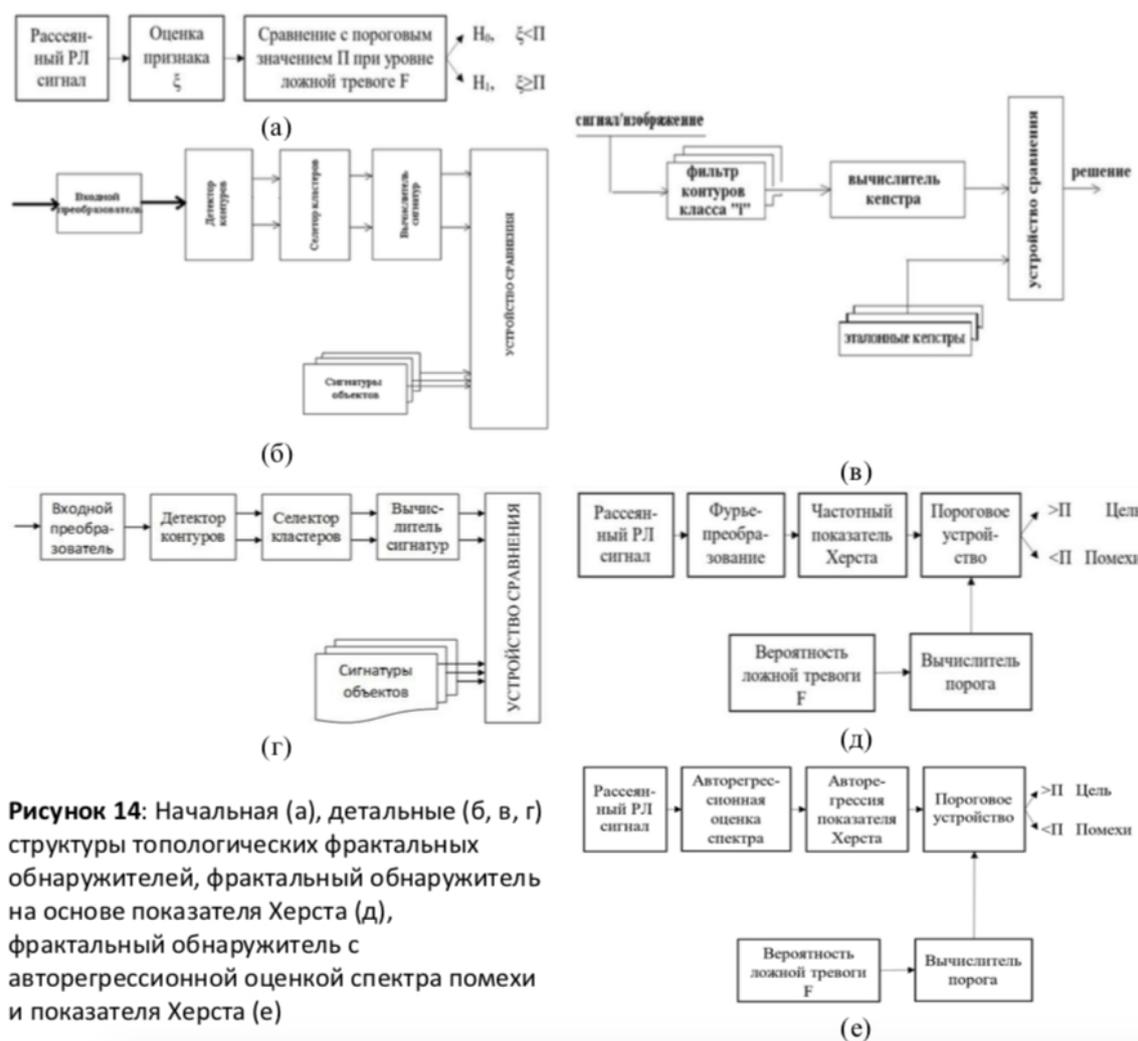
Показатель Херста равен  $H = 3 - D$  для РЛИ и  $H = 2 - D$  для одномерного сигнала. Показатель Херста  $H$  отражает нерегулярность фрактального объекта. Чем меньше показатель  $H$ , тем более нерегулярный фрактальный объект. Так что, когда появляется объект, показатель Херста становится большим. Ранее нами в 80-х гг. XX века для стохастического авторегрессионного синтеза изображений земных покровов в оптике и на ММВ и СМВ была решена задача авторегрессии на основе канонической системы уравнений Юла-Уокера с преобразованием гистограмм яркости. Принципиальным моментом является то, что из схем на Рисунке 14 можно уже конкретно синтезировать множество других ФОС. Основные виды предложенных автором в течение 2011-2014 гг. избранных семейств (кластеров) схем новых ФОС приведены на Рисунке 15 [6, 21, 30, 33, 34, 36, 37]. Здесь автор показал лишь основные функциональные примеры для иллюстрации разработанных общих теоретических и эвристических принципов синтеза динамических фрактальных обнаружителей.

Данные Рис. 15 иллюстрируют практически неисчерпаемые возможности методов фрактального обнаружения сигналов. Приоритет в этой области давно (более 40 лет) и прочно принадлежит в России и в мире автору и ИРЭ им. В. А. Котельникову РАН.

Для идеального случая проектирования полностью фрактальной РЛС на Рисунке 16 изображены характерные точки приложения гипотетических или проектируемых фрактальных алгоритмов, элементов, устройств и процессов. Идеология перехода к фрактальной РЛС базируется, как и ранее, на концепции фрактальных радиосистем (Рис.11).

Один из главных выводов, сделанных автором еще в 80-е годы XX века: работа по точечной оценке фрактальной размерности  $D$  приводит из-за неоднозначности зачастую к абсурдным результатам. В то же время, почти все авторы, использующие фрактальную обработку (и, часто не понимая ее физической смысл) дают исключительно точечные

оценки, да еще со среднеквадратическим отклонением, что невозможно. Также автором впервые было доказано, что интенсивность изображения цели влияет на изменение фрактальной размерности гораздо слабее, чем отношение площадей, покрываемых целью и всем изображением. Наличие пространственных гауссовых флуктуаций площади целей со среднеквадратическим отклонением порядка 35% показало практически их одинаковую степень обнаружения (вариации фрактальной размерности были замечены во вторых знаках после запятой). Фрактальная размерность  $D$  или ее сигнатура  $D(t, f, \vec{r})$  в различных участках изображения поверхности является одновременно и соответствующей мерой текстуры, т.е., мерой свойств пространственной корреляции рассеяния радиоволн от соответствующих участков поверхности. Одновременно текстура определяет и лакуарность, которая использует статистику второго порядка для фрактальных изображений. Лакуарность мала для плотной текстуры и велика, когда текстура крупнозернистая.



**Рисунок 14:** Начальная (а), детальные (б, в, г) структуры топологических фрактальных обнаружителей, фрактальный обнаружитель на основе показателя Херста (д), фрактальный обнаружитель с авторегрессионной оценкой спектра помехи и показателя Херста (е)

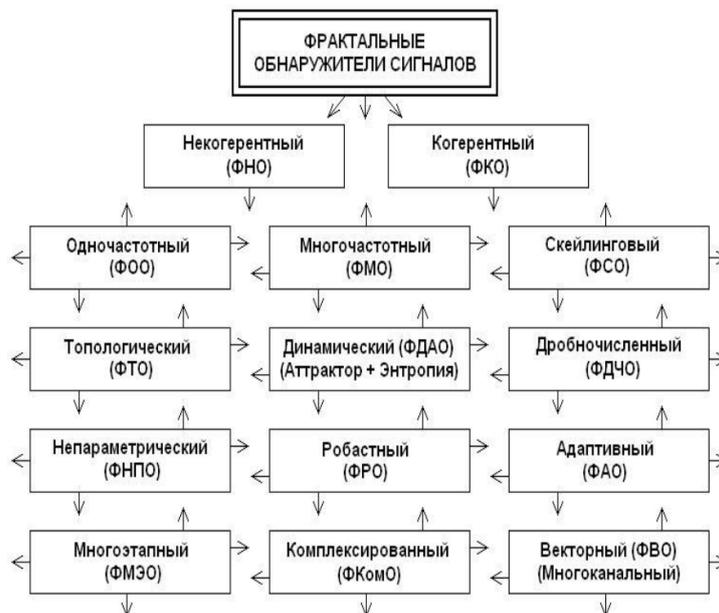


Рис. 15. Основные виды предложенных топологических фрактально-скейлинговых обнаружителей

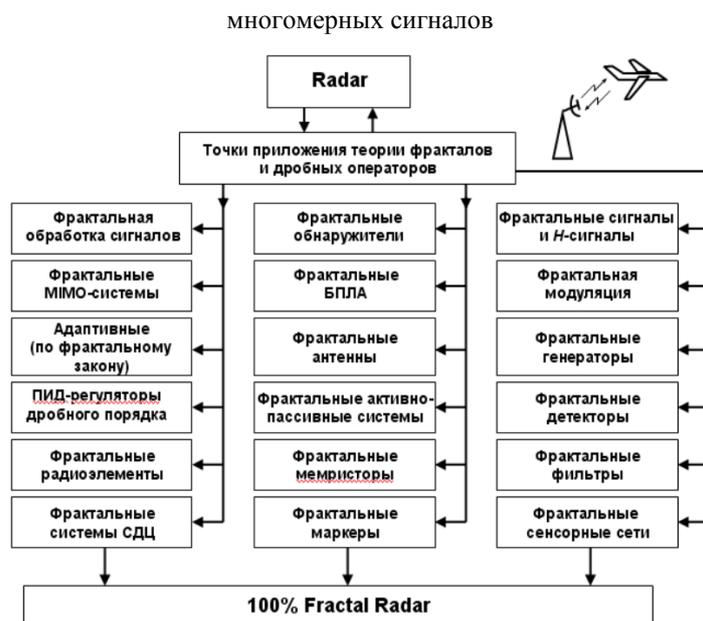


Рис. 16. Точки приложения фракталов, скейлинга и дробных операторов в классическом радиолокаторе с целью перехода к фрактальной РЛС

Алгоритмы обнаружения протяженных объектов и целей на оптических и радиолокационных изображениях с использованием лишь классической текстурной обработки были созданы автором с коллегами из Воронежского госуниверситета еще в 80-е годы XX века (Рис. 1,б, 3). Затем нами в 2000 г. было также достаточно подробно

рассмотрено использование преобразования Радона в современной радиолокации (патент РФ от 2003 г. с приоритетом от 2001 г.) [43]. Динамические фрактальные обнаружители, приведенные выше, также могут широко использоваться и в *нелинейной радиолокации* [13].

В случае комплексирования классического обнаружителя с фрактальным обнаружителем повышается вероятность правильного обнаружения и распознавания. На данном этапе, эта задача уже не имеет глубокого научного интереса, а относится практически к рядовым инженерным техническим решениям. Этот этап мы закрыли и считаем, что более интересна в научном плане, для открытия и фиксации новых радиофизических эффектов, композиция фрактальных обнаружителей с различными пространственными координатами на Рис. 15.

### **Адаптация фрактальных обнаружителей и фрактальные $H$ -сигналы**

Большой интерес представляет создание адаптивных методов применительно к фрактальной обработке информации. Как известно, для адаптивной задачи характерно изменение параметров и/или структуры системы в соответствии с внешними условиями. Ниже показаны некоторые пути получения теоретических и технических решений задачи синтеза адаптивных фрактальных обнаружителей [3 - 7]. Работая с выборкой сигнала на фоне помех и шума в пространстве дробной меры, неизбежно приходим к алгоритмам (критериям) адаптивной фрактальной фильтрации. Адаптация такой нелинейной фрактальной фильтрации в условиях априорной неопределенности обеспечивается, в частности, текущей оценкой показателя Херста  $H$ . Как отмечено выше, показатель Херста в зависимости от своего значения относительно величины  $H = 1/2$  характеризует или персистентность ( $1/2 < H < 1$ ) или антиперсистентность ( $0 < H < 1/2$ ) выборки. В первом случае, когда  $1/2 < H < 1$ , мы наблюдаем процесс, сохраняющий тенденцию роста или уменьшения мгновенных амплитуд в выборке, т.е. процесс с памятью. Во втором случае, когда  $0 < H < 1/2$ , рост амплитуд огибающей сигнала в «прошлом» означает уменьшение в «будущем», и наоборот, т.е. процесс, более подверженный переменам, который часто обозначают как «возврат к среднему».

Фиксация значения  $H$  является встречной гипотезой, способствующей улучшению качества адаптации к реальным условиям. В общем случае устройство представляет следящую систему, адаптирующуюся по значениям показателя Херста  $H$  к помеховой ситуации или, наоборот, к полезному сигналу. Примером адаптивной процедуры служит

автоматическая регулировка усиления приемника в зависимости от текущей оценки  $H = f(t)$ . В другой адаптивной процедуре происходит автоматическая регулировка порога обнаружения  $\Pi$  по значениям  $H = f(t)$ . При этом обеспечивается стабилизация вероятности ложной тревоги.

Кстати, автор тогда и предложил новые простые и сложные  $H$ -сигналы с достаточно уникальными свойствами, их модуляторы и демодуляторы – Рис. 11, 16.

### **Фрактально-скейлинговая или масштабно-инвариантная радиолокация (МИР) и ее постулаты**

В настоящее время работы по фрактальной радиолокации в мире проводятся исключительно в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН. Обнаружение малоконтрастных объектов на фоне интенсивных помех, как доказано автором в 80-х годах XX века (см. Рисунки 1 – 3, 11, 12) требует вычисления принципиально новой характеристики, которая отличается от функционалов, связанных с помехами и энергией сигнала, а определяется исключительно топологией и размерностью принятой смеси сигнала с негауссовыми помехами и шумами.

Предложенный и обоснованный автором в начале XX века новый вид (новый метод) радиолокации, а именно фрактально-скейлинговая или масштабно-инвариантная радиолокация (МИР) базируется на трех постулатах:

1. Интеллектуальная обработка сигнала / изображения, основанная на теории дробной меры и скейлинговых эффектов, для расчета поля (сигнатур) фрактальных размерностей  $D$ ;
2. Выборка принимаемого сигнала в шумах относится к классу устойчивых негауссовых распределений вероятностей фрактальной размерности сигнала (т.е., работаем с распределениями с тяжелыми хвостами).
3. Максимум топологии при минимуме энергии входного случайного сигнала.

Основание этих постулатов – весь предыдущий многолетний опыт автора и фрактальная интерпретация отраженного радиолокационного многомерного сигнала [3-7, 30, 31, 33-38, 41]. Таким образом, автор предлагает максимально «уйти» от энергии принимаемого сигнала. Данные постулаты открывают новые принципиальные возможности для обеспечения устойчивой работы при малых отношениях сигнал / (шум + помеха)  $q_0^2$  или увеличения дальности действия радиолокаторов. Это влечет за собой коренные изменения в математическом аппарате теоретической радиолокации.

Использование глобального фрактально-скейлингового метода и ТТФО приводит к переоценке ценностей в области обнаружения подвижных и неподвижных объектов на фоне интенсивных помех и шумов. Фрактальная радиолокация способна адекватно описать и объяснить значительно более широкий класс радиолокационных явлений.

Отметим, что предложенные постулаты фрактально-скейлинговой или масштабно-инвариантной радиолокации (МИР) неоднократно докладывались автором на влиятельных российских и международных конференциях по радиолокации и везде имели резонанс: были восприняты положительно после достаточно активного и бурного обсуждения.

### Уравнение радиолокации для фрактальной цели

В работах [15, 20] подробно рассмотрены вопросы общей теории многократного рассеяния электромагнитных волн во фрактальных дискретных случайно-неоднородных средах на основе модификаций классической теории Фолди – Тверского. Получены интегральное уравнение для когерентного поля и второго момента поля для фрактальной рассеивающей среды.

На основе разработанной теории рассчитано значение обратно рассеянного сигнала от фрактальной среды [15, 20] с использованием классического уравнения радиолокации. Мощность принятого сигнала  $P_s$  определяется уравнением радиолокации.

Здесь окончательно имеем два случая:

Для дальней зоны и плоской фрактальной цели (Евклидова размерность  $E = 2$ ); тогда

$$P_s \propto \frac{1}{r^{4-D}}, \quad (2)$$

Для дальней зоны и объемной фрактальной цели (Евклидова размерность  $E = 3$ ); тогда

$$P_s \propto \frac{1}{r^{5-D}}. \quad (3)$$

Здесь  $r$  – расстояние до цели. Приведенные результаты (2) и (3) показывают, что по отраженному радиолокационному сигналу можно оценить фрактальную размерность  $D$  зондируемой фрактальной среды или фрактальной цели (такой, как динамический слой снега, дожди и т.д.).

Аналогично на основании (2) и (3) можно получить решение для анизотропных неупорядоченных больших фрактальных систем: каскады фракталов, вложенные друг в

друга, графы из цепочек фракталов, перколяционные системы, наносистемы, космический мусор, скопления беспилотников БПЛА или БЛА) или малоразмерных космических аппаратов (МКА), в том числе мини- и микро- классов, динамические синтезированные космические антенные группировки (кластерные апертуры), малозаметные высотные псевдоспутники (НAPS), пространственно-распределенные космические системы (кластеры) из небольших МКА для решения задач мониторинга чрезвычайных ситуаций и т.д.

### «Распределенный интеллект» при групповом взаимодействии БПЛА и фракталы

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) в настоящее время используются для решения широкого спектра научных и практических задач и могут стать основным элементом формирования единого информационного поля. Решение сложных комплексных задач возможно только в результате группового применения БЛА. Классификация групповых полетов БЛА в процессе выполнения поставленных задач приведена на Рис. 17. Там же автором введены фрактальные траектории полетов БЛА и фрактальные группировки БЛА, учитывающие все свойства фрактальных множеств (Рис. 2).



Рис. 17. Классификация групповых полетов БЛА

В реальных условиях БЛА функционируют в недетерминированной, непредсказуемой среде и в условиях противодействия. Каждый из БЛА выполняет ряд действий, направленных на решение общей задачи. При этом возникает необходимо рассеивать контроль на поле решения задач. Это возможно при минимальном центральном контроле, чтобы обеспечить сети работать без заторов трафика. Следует провести параллель с биологическими исследованиями, которые пытаются ответить на вопрос о возникновении

кооперативного поведения в процессе эволюции или так называемая эволюционная стратегия. Интеллектуальные или популяционные алгоритмы (методы) способствуют формированию роевого интеллекта популяции, т.е., здесь «включается» синергетическая парадигма с законами сложных систем.

К решению данных задач может быть применен авторский фрактально-скейлинговый метод. Допустим, сложная сеть из множества микро- (нано-) БПЛА ( $> 10^2 \dots 10^3$ ) осуществляет глобальный мониторинг территории и расположенных на ней объектов. Задачу можно рассматривать в рамках понятия распределенной измерительной среды, когда каждая точка некоторой динамической среды способна выполнять сенсорные, измерительные и информационные функции [3, 4, 33]. Фрактально-графовый подход позволяет изучать рост сложных сетей и дает метод манипулирования такими сетями на глобальном уровне, не прибегая к детальному описанию. При этом оказывается, что избыточное число датчиков (БПЛА) не гарантирует их оптимальное распределение в/по исследуемой недетерминированной среде. Введение фрактальной топологии (фрактальный рой) таких сетей с учетом конфигурации исследуемой территории позволит более точно и меньшими средствами / или с той же точностью, но меньшими средствами (количество БПЛА) осуществлять мониторинг территории с обнаружением объектов. Речь идет не о единицах процентов, но более существенном выигрыше в необходимом и достаточном числе БПЛА.

### Фрактальные антенны

Антенные устройства – неотъемлемая часть любой радиотехнической системы. В настоящее время антенная техника бурно развивается, существует громадное многообразие антенн, объединенных для целей классификации и унификации в соответствующие классы структур. Всегда ключевыми проблемами теории и техники антенн являются уменьшение их размеров, широкое регулирование электромагнитных характеристик и расширение рабочей полосы частот. Геометрические размеры антенны определяются длиной рабочей волны, и, в свою очередь, влияют на массогабаритные характеристики радиосистемы. Исключительное значение в настоящее время приобретают широкополосные и сверхширокополосные антенны. В настоящее время теория и практика сверхширокополосных антенн – самостоятельный раздел антенной техники, имеющий чрезвычайно большое практическое значение [9].

По мере появления и развития мобильных устройств коммуникации главными задачами разработчиков стали миниатюризация и повышение качества связи. Многие исследователи, сравнивая и анализируя характеристики разных вариантов реализации малых антенн, заметили преимущества возникших в 80-е гг. XX столетия фрактальных антенн. Как следует из названия, в основе геометрии данного вида антенн лежит фрактал, то есть, кривая (функция, множество, фрактальные матрицы, фрактальные лабиринты), которая характеризуется свойством самоподобия или скейлинга. Из математики известно, что «чистый» (математический) фрактал имеет размерность строго большую топологической. Отсюда следует, что антенна с такой геометрией, в идеальном случае, имела бы бесконечную электрическую длину. Разумеется, реализовать подобную топологию физически, не представляется возможным, исходя хотя бы из того, что реальный проводник имеет конечную ширину и занимает конечную площадь. Поэтому, здесь понятие фрактала удобно заменить понятием предфрактала, который в отличие от фрактала имеет конечное число итераций, что означает скейлинг фигуры в ограниченном масштабе. Но даже в этом случае, после нескольких итераций, удастся получить довольно длинный проводник, размещенный на достаточно малой площади.

Усилия многочисленных исследователей всего мира, направленные на объединение фрактальной геометрии с электромагнитной теорией, привели к появлению новых инновационных конструкций антенн. Теоретические результаты показали, что по мере увеличения числа итераций фрактала происходит увеличение эффективной длины излучающей системы и, естественно, уменьшение резонансной частоты. В отличие от традиционных подходов, когда синтезируются гладкие структуры излучения антенн, теория фрактального синтеза базируется на принципах дробной меры и скейлинга, т.е. характеристики излучения теоретически инвариантны масштабу (пространственному или частотному) [2-7, 41]. В зарубежной литературе прочно утвердился термин “фрактальная электродинамика”, в которой исследуются вопросы распространения волн во фрактальных средах, физические и математические модели фрактальных электродинамических направляющих структур, а также фрактальные антенны. Достаточно продолжительный опыт анализа и синтеза фрактальных антенн показал их принципиальную широкополосность и многодиапазонность. Иначе говоря, фрактальная электродинамика – это область исследований, в которой на основе комбинирования концепций фрактальной геометрии с классической теорией электромагнетизма ставятся и решаются принципиально новые

проблемы излучения, рассеяния и распространения волн.

Уникальной особенностью фрактальных антенн является теоретически бесконечное уплотнение ограниченной области пространства геометрией антенны, и как результат – дополнительные резонансные частоты в рабочем диапазоне длин волн, часто превышающих внешние геометрические размеры фрактальной компактной структуры. Поскольку эффективные длины играют важную роль в дизайне антенн, то фрактальная упаковка может быть использована в качестве жизнеспособного аспекта техники миниатюризации. Увеличение фрактальной размерности  $D$  апертуры антенны, ведет к более высокой степени миниатюризации.

На данный момент, имеется огромное множество теоретических и экспериментальных данных о резонансных, направленных и других характеристиках фрактальных антенн [3-7, 41]. В России первые обширные сведения о таких устройствах были опубликованы в монографиях автора [3, 4], где рассмотрены разнообразные виды фрактальных антенн и фрактальных антенных решеток, а также некоторые методы их проектирования. Отметим, что еще в 1988 году автором совместно с ЦКБ «Алмаз» были выполнены первые разработки в СССР и проектирование таких необычных для того времени фрактальных антенных структур (см. ниже) – рис. 11 и рис. 12. Сейчас, фрактальные антенны – полностью самостоятельный новый класс антенн.

Работа фрактальных антенн достигается через геометрию проводников, а не через накопление отдельных компонентов или элементов (как в классических антеннах), что в последнем случае увеличивает сложность и потенциальные точки отказа. Анализ показывает, что существует пока два активных направления исследований во фрактальной технической электродинамике: 1) фрактальные апертуры, 2) использование фракталов в разработке антенных решеток. Фрактальные антенны позволяют создать многополосные варианты с уменьшенным размером и часто оптимальную или “шикарную” технологию таких устройств. Несомненным достоинством фрактальных антенн (монополей и диполей) является то, что они нередко имеют меньшие резонансные частоты по сравнению с классическими (евклидовыми) антеннами тех же размеров. Врожденные широкополосные качества фрактальных антенн идеальны для интеллектуальных приложений, в частности, при защите информации.

Области применения фрактальных антенн [3, 4, 41]: современные телекоммуникации, широкополосная и нелинейная радиолокация, системы поиска, локализации и трассировки

мобильных объектов, пеленгация в сложных городских условиях, определение местоположения несанкционированных источников радиоизлучения при борьбе с террористами, оперативная связь в войсках, маркеры на различных предметах, космическая связь, современный физический эксперимент и т.п. Чрезвычайный широкополосный охват частот плюс компактные универсальные форм-факторы позволяют фрактальным антеннам контролировать коммуникации при распознавании сигналов, не обнаруживая себя. Широкополосные фрактальные антенны способствуют появлению передовых мобильных тактических коммуникаций, поскольку сочетают полосу пропускания, способность к взаимодействию, регулирование мощности и компактную форму.

Таким образом, создание широкополосных и сверхширокополосных радиотехнических систем всегда являлось одной из основных задач современной радиоэлектроники. Расширение полосы рабочих частот обусловлено современными тенденциями в развитии радиолокации, телекоммуникаций, радиотехники с целью повышения скорости передачи информации, повышения уровня помехозащищенности и информационной емкости радиотехнических систем любого действия, а также проблем помехозащищенности передаваемой информации. Радиотехническая “фрактальная геометрия” приемопередающего устройства или любых информационных радиотехнических, оптоэлектронных и акустоэлектронных систем наряду с фрактальными методами модуляции/демодуляции и криптостойкости (фрактальные сверхширокополосные сигналы, фрактальное сжатие информации [3, 4]) являются чрезвычайно перспективными технологиями для решения насущных задач традиционной радиоэлектроники, которая с момента своего зарождения полностью основана на целочисленной мере.

## Фотоника, радиофотоника, вычислительные метаповерхности и ТТФО

Непрерывное совершенствование ТТФО сигналов и полей в современной радиофизике и радиоэлектронике подразумевает постоянное улучшение скорости обработки информации и поиск новых физических принципов для ее осуществления. Здесь, несомненно, будущее принадлежит фотонным и радиофотонным технологиям. Далее кратко представлены избранные результаты (Рисунок 12) в области фотоники и вычислительных метаповерхностей (МП), которые были получены автором с китайскими учеными в совместной лаборатории информационных технологий и фрактальной обработки сигналов в

Китае за период 2019–2021 годы; результаты опубликованы в ведущих международных научных журналах [44-51] в США и Швейцарии. Отметим, что в Китае действует специальная государственная программа, и в 2015 году Китай стал мировым лидером по объему производства устройств фотоники.

Концепция вычислительных метаматериалов (ММ — computational metamaterials) была впервые введена в 2014 году: вычислительные ММ – это метаматериалы, которые могут выполнять желаемые математические операции над сигналами произвольной волны по мере их распространения через него. Путем проектирования геометрии диэлектрических МП могут быть получены оптические аналоговые вычислительные устройства с различными функциями, такие как пространственные дифференциаторы, интеграторы, решатели уравнений и т.п. Наиболее распространенными являются МП в которых структура элементов (метаатомы размером в несколько нанометров), размер и расстояние между элементами значительно меньше по сравнению с длиной волны возбуждающего поля. Можно сказать, что в МП корень многих увлекательных топологических явлений в физике и экзотических манипуляций с волнами. Развитие оптических аналоговых вычислений на основе МП предоставило уникальные возможности для эффективного сбора информации о контурах изображения с преимуществами параллельной обработки, сверхбыстрой скорости вычислений и низкого или даже почти нулевого энергопотребления [44-51].

Реализация операции Лапласа в виде оптических аналоговых вычислений недавно привлекла внимание, и компактное устройство с высоким пространственным разрешением все еще не изобретено. В [50] мы предложили МП Лапласа (рис. 18), которая может выполнять почти идеально операцию Лапласа для разных конфигураций падающего светового поля. Наиболее важно то, что пространственное разрешение примерно в 4 раза превышает рабочую длину волны. Предлагаемая МП Лапласа основана на возбуждении *связанного состояния в континууме* и демонстрирует экзотические оптические свойства.

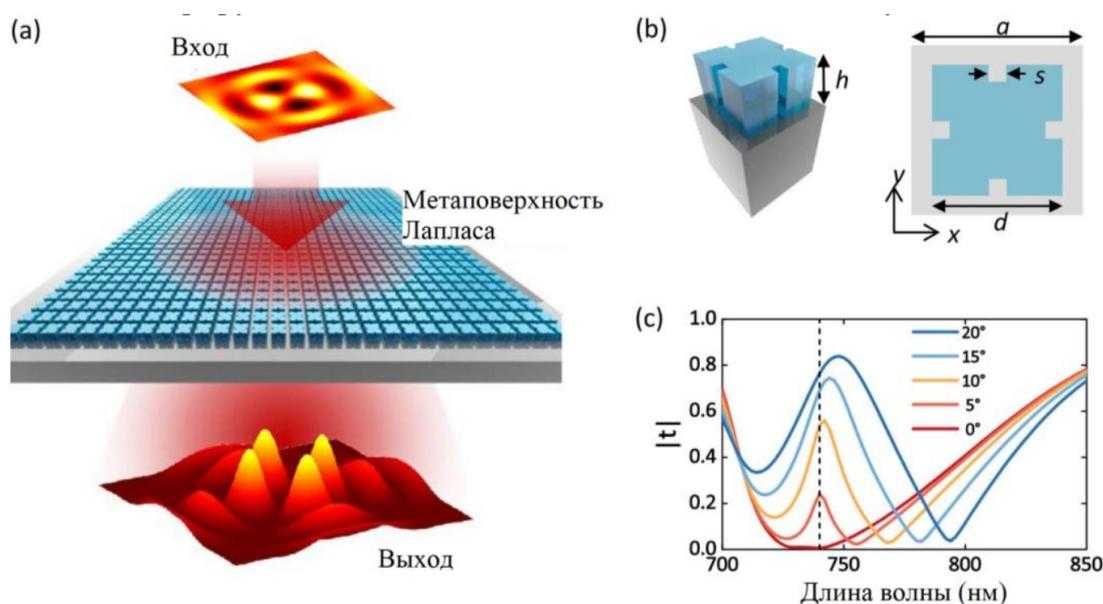


Рис. 18 (а, б). Слева направо: (а) диэлектрическая МП, преобразующая входную двумерную пространственную функцию в другую функцию как оператор Лапласа; (б) элементарная ячейка диэлектрической МП. Слева сверху — трехмерный вид элементарной ячейки. Она состоит из кремниевого кирпичика (голубой цвет) толщиной  $h=163\text{нм}$  и стеклянной подложки (серый цвет). Справа сверху — вид сверху на элементарную ячейку. Период составляет  $a=331\text{нм}$ , а ширина кремниевого кирпичика  $d=251\text{нм}$ . В центре всех краев расположены четыре квадратные пустоты шириной  $33\text{нм}$ . (с) Спектры коэффициента пропускания МП Лапласа при различных углах падения вдоль направления  $x$  для  $p$ -волны.

Одно из применений операции Лапласа – обнаружение краев проблемных целей на изображении. Мы рассмотрим его с помощью входного изображения, состоящего из логотипа лодки университета Цзинань, который показан на Рисунке 19-А. Это изображение должно быть хорошим образцом для тестирования, поскольку оно содержит края линий, дуг и окружностей.

Мы также продемонстрировали, что предлагаемую МП Лапласа можно использовать для распознавания дорожных знаков, что имеет решающее значение для автоматизированного вождения – рисунок 19-Б.

Метаповерхность Лапласа может быть настроена для работы на других длинах волн путем регулировки размера структуры. Чтобы продемонстрировать это, была разработана другая МП Лапласа, работающая на длине волны  $1550\text{нм}$  (окно прозрачности оптического волокна). Форма структуры такая же, как на Рисунке 18 (б), но с другими параметрами:  $a=743\text{нм}$ ,  $d=560\text{нм}$ ,  $s=69\text{нм}$  и  $h=360\text{нм}$ , соответственно. Мы использовали типичный QR-код в качестве входного 2D изображения, поскольку QR-коды теперь важны в нашей

повседневной жизни, и обнаружение краев для них играет решающую роль в обнаружении области QR-кода. Выбранный нами QR-код показан на Рисунке 20 (а), который несет информацию о китайском иероглифе, означающем «Свет». Посредством процедуры обработки, обсуждаемой в этом контексте, мы можем получить результаты от идеальной операции Лапласа и от МП Лапласа, которые показаны на Рисунке 20 (b) и Рисунке 20 (c).

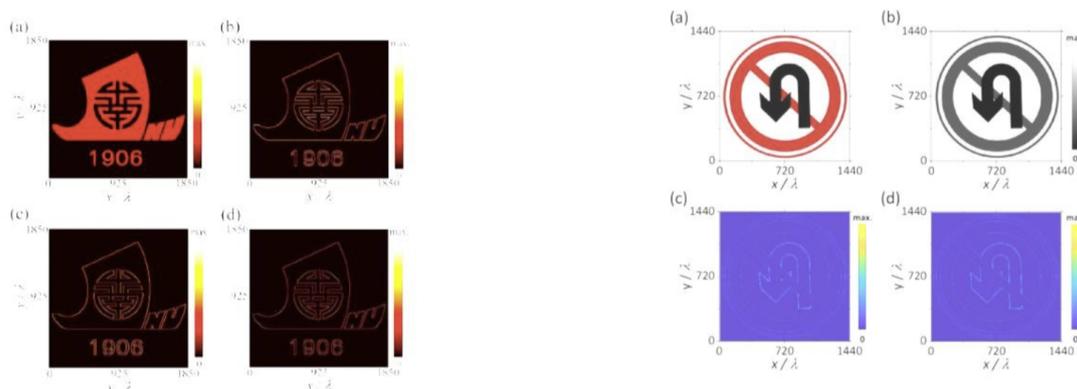


Рис. 19 (А, Б). Слева направо: 19А: (а) Двумерное изображение с логотипом лодки университета Цзинань. Размеры пикселей в направлениях  $x$  и  $y$  установлены равными  $1,94 \lambda$ . (b) Выходное изображение с МП для модулированного светового поля с поляризацией  $x$  (c) Выходное изображение для случая  $y$  поляризации. (d) Выходное изображение для случая неполяризованного света. 19-Б: а) Цветное изображение дорожного знака; (b) Соответствующее изображение в градациях серого в качестве входных данных; (c) и (d) Выходное изображение из идеального оператора Лапласа и МП Лапласа для (b) соответственно.

Ввиду ограниченного объема работы автор лишь конспективно перечислит другие направления фотоники, которые также исследуются в работах [44-51] и подробно там представлены. Это: управление рассеянием света наночастицами с помощью магнитоэлектрической связи и нулевое обратное рассеяние (теория рассеяния света наночастицами и электромагнитные мультиполи, численное моделирование, проверочные эксперименты в области частот от 4 до 7,5 ГГц) [44, 47, 48]; сильная оптомеханическая связь в цепочечных волноводах из наночастиц кремния с квазисвязанными состояниями в континууме (фотон – фононное взаимодействие с микроструктурами) [51] и т.п.

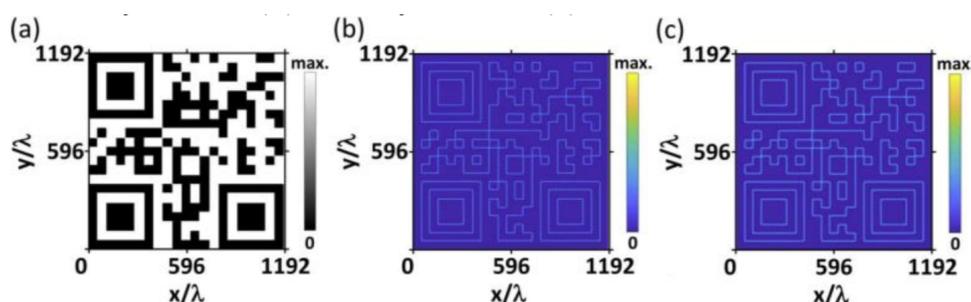


Рис. 20. (а) Входное изображение, состоящее из QR-кода; (б) выходное изображение идеальной операции Лапласа; (с) выход из МП Лапласа. Все изображения представляют собой профиль силы света; размеры пикселей установлены как  $2,88\lambda$

## Фрактальная инженерия и фрактальный инжиниринг в аксиологии

Занимаясь более 40 лет исключительно теорией и практикой фракталов [3-42], автор решил конспективно (это тема отдельной большой работы, которая долго готовится) поделиться мыслями о том, что такое *фрактальная инженерия* и *фрактальный инжиниринг*. Почему он вводит эти понятия, всем ясно непосредственно из того объема данных о новом, что представлен в этой работе и в Списке источников. Импульсом к этому послужила и китайская книга – первая по философии инженерии в мире - (Ли Боцун. «Гунчэн чжэсюэ иньлунь – во цзао у гу во цзай [Введение в философию инженерии – я создаю вещи, следовательно я существую]» – Чжэнчжоу: Дасян чубаньшэ, 2002.-452 с.); с книгой автора любезно ознакомили в Китае в 2012 г. Сейчас философия инженерии стремительно захватывает мир.

### Основы фрактальной инженерии и фрактального инжиниринга

Инженерия – это область человеческой интеллектуальной деятельности, задачей которой является применение достижений науки, техники, использование законов физики и природных ресурсов для решения конкретных проблем, целей и задач. Триада науки, техники и инженерии (на примере фракталов) независимо от вышеупомянутой китайской книги по философии инженерии, представлена в выпуске №1 журнала РЭНСИТ за 2012 год, - все 142 страницы были отданы автору для двух больших статей [22, 23] (по сути, книга).

## **Фрактальная инженерия и философия фрактальной инженерии в свете нашего опыта**

Инженерия – настолько широкая область, что имеет целый ряд категорий, которые объединяет одно общее: в их основе всегда лежит процесс создания человеком чего-то нового. Вот это новое и приоритеты автор кратко и обсудит на основе своего опыта работы с фракталами и их приложениями. Практика и теория должны развиваться рука об руку. Абсолютно логичны в данном направлении и вопросы приоритетов в конкретной области знаний. Области применения топологической текстурно-фрактальной обработки (ТТФО) сигналов, полей и изображений постоянно расширяются, и трудно поверить, что еще около тридцати лет назад было немало скептических высказываний относительно перспективности этого нового фундаментального научного направления, связанного исключительно с фракталами и их динамикой, созданного и развиваемого автором сначала в СССР, а затем, в России (тогда, например, и появился впервые у других авторов термин “метод Потапова” - [29]).

И приведу характерный пример (их было много). В публикациях по истории фрактальных антенн обычно упоминается работа 1986 г. ученых Университета штата Пенсильвания Я. Кима и Д. Джаггарда. Первенство в теоретических исследованиях формирования многополосных по частоте антенн приписывают с 1993 г. ученому Технологического университета Каталонии К. Пуенте. Начало же практическому применению фрактальных антенн в 1995 году положил, как принято считать в иностранных и даже некоторых русскоязычных журналах, американский инженер Натан Коэн (N. Cohen). - *А вот последнее предложение – просто нонсенс (абсурд)!*

Справка автора как ответ на этот абсурд – см. рис. 21 [3-6, 8, 14, 41, 52-55]: «В **1988** году автором совместно с ЦКБ «Алмаз» были выполнены первые разработки и проектирование таких необычных (для того времени) фрактальных антенных структур (в частности, был изготовлен действующий макет фрактальной щелевой антенной решетки в диапазоне ММВ и СМВ) для переносного твердотельного двухчастотного когерентного радиолокатора на параметронах со сложным фазоманипулированным сигналом сверхбольшой базы (есть наш патент [43]). Этот цифровой радар (размером с небольшой кейс) был установлен на вертолете, и с ним автор долгое время работал и получал первые РЛИ земных покровов и объектов». А до этого еще надо было нам суметь строго рассчитать параметры уникальной двухчастотной фрактальной приемно-передающей антенны на два

диапазона и затем изготовить несколько почти промышленных образцов!

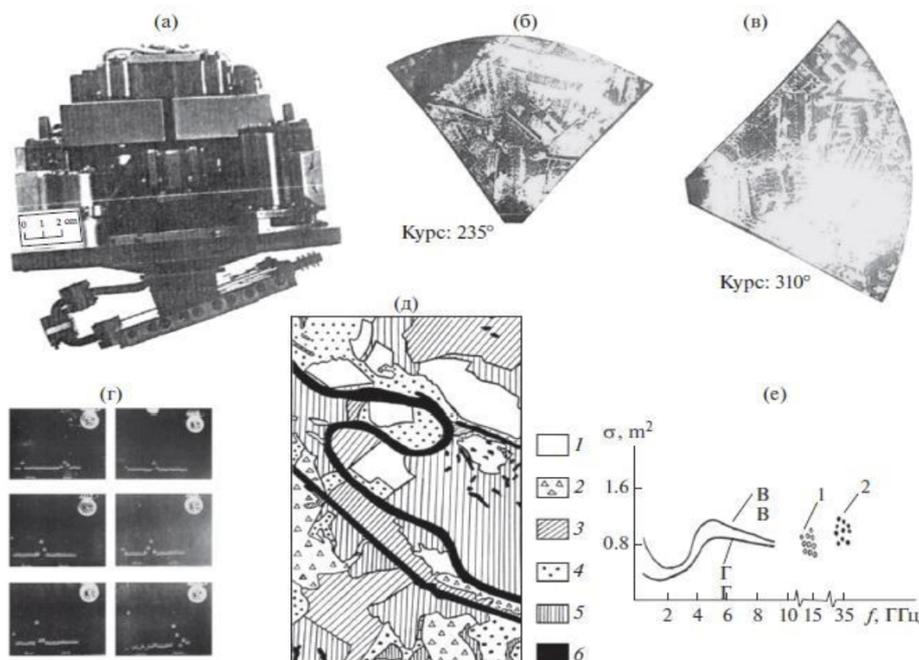


Рис. 21. Переносной цифровой твердотельный двухчастотный когерентный радар на параметронах со сложным ФМ сигналом сверхбольшой базы  $m = 2^{17} - 1$  с фрактальной щелевой решеткой в диапазоне ММВ и СМВ (а) и некоторые результаты натурных испытаний радиолокатора: б, в – первые РЛИ на длине волны 8,6 мм; г – характерные формы огибающей сигнала, отраженного характерными текстурными земными покровами; д – пример эталонной синтезированной карты неоднородной местности по энергетическим, текстурным и фрактальным признакам; е – средняя ЭПР человека как функция частоты для горизонтальной (Г) и вертикальной (В) поляризаций, 1 и 2 – данные автора, который участвовал в натурном эксперименте в качестве «лоцируемой цели» [3-6, 14, 52-56].

Необходимо отметить, что именно на этом радаре автор впервые исследовал фрактальные свойства кодовых М-последовательностей с периодом до  $2^{20} - 1$  (база сложного сигнала на ММВ до 1048576). Квантование входного сигнала в радаре происходило в стохастической системе счисления. Сигнал, представленный таким кодом, проявляет свои фрактальные свойства. Подобно голограмме, любой фрагмент которой несет информацию о полном объекте, любой фрагмент стохастического кода содержит информацию об амплитуде квантуемого сигнала [14]. Затем, на этом модуле был реализован также впервые метод радиолокации на основе преобразования Радона [3, 4, 8, 14, 52 – 55]. Матричная фрактальная статистическая структура и ее параметризация, а также универсальная методика расчета фрактальных вероятностных характеристик с использованием формализма дробного интегрирования для топологического (фрактального) обнаружителя радиолокационных

отраженных сигналов обстоятельно изложена в [8, с. 132-177].

Вот это и есть на деле фрактальная инженерия и фрактальный инжиниринг с элементами философии инженерии (можно сказать, то время, а именно, 80-е годы XX века, было для автора началом зарождения русской философии фрактальной инженерии и фрактального инжиниринга)! Это был серьезный и передовой проект в великом СССР, а не какие-то элементарные «детские безделушки», которые изогнул и разместил на балконе в 1995 г. американский инженер!

Замечу, что в своей монографии [3] в 2002 г. я впервые ввел в научный обиход термины «фрактальная радиофизика» и «фрактальная радиолокация», которые впоследствии значительно расширились. Понятия «фрактальная парадигма», «фрактальный сигнал», «фрактальная модуляция», «топология выборки», «фрактальная сигнатура», «фрактальный импеданс», «фрактальная радиосистема», «фрактальные датчики», «фрактальные частотно-избирательные поверхности и объемы», «фрактальная элементная база» и т.п., автор ввел в 1987, 1988, 2000 и 2003 годах не только теоретически, но и применял их впервые и на практике. Мои собственные идеи, мое и исполнение... К примеру, как специалист в области статистической радиофизики (и посещая в ИФА АН знаменитый семинар С.М. Рытова по флуктуационным явлениям), автор к 1985 году широко исследовал броуновские процессы как модели реальных сигналов, помех и шумов (белый, коричневый, розовый и т.п.) – рис. 3.

Отмечу специально, в настоящее время все встало прочно на свои места, как и положено тому быть в науке.

### Фрактальная геометрия пространства-времени детерминированных структур и отрицательные фрактальные размерности

Кратко суть проблемы фрактальной геометрии пространства-времени детерминированных структур состоит в следующем [11, 56, 57]. Обычно, при описании свойств произвольных деформируемых систем в виде сплошной среды (которые можно представить в общем случае фракталами [3, 4]) считается заданным либо поле 4-скоростей  $V^\mu$  (точка зрения Эйлера), либо закон движения сплошной среды, устанавливающий связь между переменными Эйлера и Лагранжа. Пространство-время считается либо плоским - в случае специальной теории относительности (СТО), либо римановым - в случае общей теории относительности (ОТО). Иными словами, принято считать, что любые внешние

негравитационные поля не искривляют пространства-времени фрактальных детерминированных структур, оставляя ее пространственно-временную геометрию плоской. Искривляются, быть может, только «пространственные сечения», геометрия которых в общем случае перестает быть евклидовой. Такая точка зрения является наиболее распространенной в научной литературе по теории относительности и разделяется большинством исследователей.

Несколько в стороне от стандартной трактовки стоят работы В. И. Родичева [58] и А. А. Власова [59]. В [59, с. 326–327], рассматривая теорию роста кристаллических, плазменных и биологических структур с сохранением их подобия, автор пришел к результату, что рост таких структур (фракталов!) возможен в неевклидовом пространстве-времени.

Наш подход базируется на развитии модернизации идей Родичева и Власова и состоит в следующем. Пусть в плоском пространстве-времени Минковского с сигнатурой (+ - -) покоится сплошная среда. В некоторый момент времени  $t=t_0$  включается силовое поле любой природы (кроме гравитационного), и сплошная среда приходит в движение. Каковы будут свойства пространства-времени после включения силового поля? Согласно классической трактовке свойства пространства-времени останутся неизменными.

Наш ответ на этот вопрос будет не столь категоричен и зависит от местонахождения наблюдателя. Если наблюдатель рассматривает движение среды из инерциальной системы отсчета (ИСО), то для него фрактальная геометрия пространства-времени останется неизменной. Для наблюдателя, связанного с движущейся средой, т.е. находящегося в неинерциальной системе отсчета (НСО), свойства фрактального пространства-времени могут в общем случае изменяться. Мы допускаем, что включение силового поля для наблюдателя в НСО может изменить свойство пространства-времени, превратив его в искривленное в пределах мировой трубки.

Итак, для наблюдателя из НСО после включения силового поля сплошная среда будет двигаться в некотором пространстве-времени, структуру которого мы хотим определить по заданной структуре силового поля, а также по таким характеристикам континуума как тензор скоростей деформаций  $\Sigma_{\mu\nu}$ , тензор угловой скорости вращения  $\Omega_{\mu\nu}$ , вектор первой кривизны мировых линий частиц среды  $F_\mu$ .

Переходим к математической постановке задачи. Для движущейся сплошной среды в четырехмерном пространстве - времени с сигнатурой (+ - -) справедливо разложение

$$\nabla_\mu V_\nu = \Sigma_{\mu\nu} + \Omega_{\mu\nu} + V_\mu F_\nu \quad (4)$$

где  $V_\mu$  - поле 4 - скорости, удовлетворяющее условию нормировки

$$g_{\mu\nu} V^\mu V^\nu = 1, \quad (5)$$

$g_{\mu\nu}$  - метрический тензор в системе отсчета Эйлера,

$$\Sigma_{\mu\nu} = \nabla_{(\mu} V_{\nu)} - V_{(\mu} F_{\nu)}, \quad (6)$$

$$\Omega_{\mu\nu} = \nabla_{[\mu} V_{\nu]} - V_{[\mu} F_{\nu]} \quad (7)$$

$$F_\mu = V^\nu \nabla_\nu V_\mu. \quad (8)$$

Круглые скобки, окружающие индексы, служат знаком симметрирования, а квадратные - знаком альтернирования. Греческие индексы могут принимать значения от нуля до трех, латинские - от единицы до трех.

Разложение (4) можно трактовать с двух точек зрения:

1. Считать, что поле 4 – скорости  $V_\mu$  известно, например, в результате интегрирования релятивистского уравнения Эйлера или Навье - Стокса при заданной плоской метрике. В этом случае характеристики континуума  $\Sigma_{\mu\nu}, \Omega_{\mu\nu}, F_\mu$  могут быть получены по формулам (6 – 8), а разложение (4) выступает как математическое тождество.

2. Считать заданными функциями  $\Sigma_{\mu\nu}, \Omega_{\mu\nu}, F_\mu$ . В этом случае разложение (4) превращается в систему дифференциальных уравнений относительно  $V_\nu$  и  $g_{\mu\nu}$ . Так как число уравнений системы (4) и (5) превосходит число неизвестных функций, то должны выполняться условия интегрируемости. Условием интегрируемости для компонент 4 - скоростей будет соотношение

$$\frac{\partial^2 V_\nu}{\partial x^\epsilon \partial x^\sigma} = \frac{\partial^2 V_\nu}{\partial x^\sigma \partial x^\epsilon}. \quad (9)$$

Для нахождения связи между геометрическими и кинематическими характеристиками континуума вычислим в явном виде выражение

$$2\nabla_{[\epsilon} V_{\sigma]} V_\nu = 2\partial_{[\epsilon} \partial_{\sigma]} V_\nu + \left( \frac{\partial \Gamma_{\epsilon\nu}^\mu}{\partial x^\sigma} - \frac{\partial \Gamma_{\sigma\nu}^\mu}{\partial x^\epsilon} + \Gamma_{\sigma\rho}^\mu \Gamma_{\epsilon\nu}^\rho - \Gamma_{\epsilon\rho}^\mu \Gamma_{\sigma\nu}^\rho \right) V_\mu \quad (10)$$

из которого с учетом (4 - 9) следует уравнение структуры детерминированных фракталов:

$$R_{\varepsilon\sigma,\nu}^{\mu} V_{\mu} = 2\nabla_{[\varepsilon}\Sigma_{\sigma]\nu} + 2\nabla_{[\varepsilon}\Omega_{\sigma]\nu} + 2\nabla_{[\varepsilon}(V_{\sigma]}F_{\nu}). \quad (11)$$

Интегрирование системы (4) и (11), где  $R_{\varepsilon\sigma,\nu}^{\mu}$  - тензор кривизны Римана - Кристоффеля, выражаемый через метрический тензор обычным образом, дает решение задачи о геометрии пространства - времени, в которой реализуется НСО с заданной структурой.

Переход во вращающуюся систему отсчета (в детерминированный фрактал), как доказано в [9, 11, 60 - 62], также приводит к псевдоримановой геометрии пространства-времени (доказательства и формулы из-за громоздкости здесь не приведены, с ними можно ознакомиться по книгам [9, 11]). Однако многообразие фракталов может и не уложиться в рамки римановой геометрии. В [9] получено уравнение структуры для пространств метрической связности с отличным от нуля тензором кручения.

Итак, в начале 2000-х годов благодаря нашим работам с С.А. Подосеновым впервые возникла новая область проблем, названная авторами как «Фрактальная геометрия пространства-времени детерминированных структур» [9, 11, 56, 57, 60-62].

В наших работах [11, 63-66] вводится мера Хаусдорфа-Коломбо в отношении отрицательных фрактальных размерностей. Пространство-время моделируется как мультифрактальное подмножество с положительными и отрицательными фрактальными измерениями. Предложена аксиоматическая квантовая теория поля в пространстве-времени с отрицательными фрактальными размерностями. Мы показали, что фрактальная природа квантового пространства-времени с отрицательными размерностями Хаусдорфа-Коломбо может в какой-то степени разрешить проблему космологической постоянной.

## Выводы

Фрактальная радиофизика, фрактальная радиотехника и фрактальная радиолокация – это своеобразные радионауки, проникнутые духом и идеями классической радиофизики, радиотехники и радиолокации, в то же время они являются принципиально новыми направлениями. Фрактальные методы, аналогичные излагаемым в настоящей работе, могут быть применены при рассмотрении волновых и колебательных процессов в оптике, акустике и механике.

Работами автора за более чем 40 лет, практически с «нуля», преодолевая трудности

идуших первыми, заложены фундаментальные основы того, что будет применено в будущем. Не результаты, не конкретные решения представляют самую большую ценность, а именно метод решения, подход к нему.

Глобальный фрактальный метод создан автором и многосторонне продемонстрирован в [3-42, 55-57, 67-73] и непосредственно здесь в работе. В результате в научном мире образовано новое смысловое пространство с его необычными для классической радиофизики, радиотехники и радиолокации свойствами и задачами. Полученные научные результаты являются исходным материалом для дальнейшего развития и практического применения фрактальных методов в современных областях радиофизики, радиотехники, радиолокации, электроники и информационно-управляющих систем. Все это и определяет фрактальные инженерии и инжиниринг.

Поскольку фрактальные характеристики подстилающих поверхностей и описывающие их фрактальные модели сильно отличаются от обнаруживаемых искусственных целей, но очень качественно описывают реальные природные объекты, то алгоритмы, основанные на таких фрактально-скейлинговых моделях, позволяют достигнуть высокого качества обнаружения малококонтрастных целей. Физическое содержание теории дифракции становится более четким при фрактальном подходе и выделении фрактальной размерности  $D$  или фрактальной сигнатуры  $D(t, f, \vec{r})$  как параметра. Учет фрактальности значительно сближает теоретические и экспериментальные характеристики индикатрис рассеяния земных покровов, что важно для задач радиолокации и дистанционного зондирования. В работе представлены идеи и основные стратегические направления в синтезе новых видов радиолокационных текстурно-фрактальных или топологических обнаружителей малококонтрастных объектов. Предложены новые семейства топологических мультифрактальных признаков и разработаны принципиально новые методы обнаружения малококонтрастных объектов на фоне интенсивных помех.

Открыт, предложен и обоснован новый вид и новый метод современной радиолокации, а именно, фрактально-скейлинговая или масштабно-инвариантная радиолокация (МИР). Это влечет за собой коренные изменения в самой структуре теоретической радиолокации, а также в ее математическом аппарате. Необходимое переосмысление прежней теории будет способствовать получению на этой основе новых результатов, не доступных для традиционных представлений классической радиолокации. Таким образом, *топологическое обнаружение* открывает двери в совершенно новую область теории статистических решений

и позволяет скорректировать бытующие в этой области представления, и создать новые, что имеет важное теоретическое и практическое значение. Разработанные автором концепции имеют общие точки соприкосновения и с когнитивной радиолокацией. Внедрение фракталов, эффектов скейлинга и дробных операторов дает «импульс» и современной радиоэлектронике, так как вся предыдущая и настоящая радиоэлектроника базируется исключительно (и только!) на основе теории целочисленных функций. Таким образом, это *принципиально новая* радиотехника.

В заключение следует отметить, что проблема фракталов в радиолокации, радиофизике и радиотехнике на самом деле необъятна. Здесь автор привел только принципиальные основополагающие вопросы. Считаю проблему «топологии выборки» [3-7, 10, 70 -73] одной из важнейших во всей радиоэлектронике, и при этом автор убежден, что без фрактальности и скейлинга вся классическая теория обнаружения и распознавания многомерных сигналов в будущем потеряет свое каузальное значение для фундаментальных понятий сигнала и шума.

По монографиям автора поставлены курсы лекций по фракталам в различных университетах России и стран ближнего зарубежья, а также, в Китае. На 2022 год результаты фундаментальных исследований автора отражены в более чем 1 200 работах и 45 книгах и главах на русском, английском и китайском языках [5, 67], сделаны доклады в 23 странах.

### Благодарности

Учитывая также то, что автор поступил в 1968 г. и в 1974 г. окончил Рязанский радиотехнический институт, радиотехнический факультет (группа 818), специальность «Радиоэлектронные устройства» (0707), диплом Я № 336933, считаю своим приятным долгом выразить искреннюю признательность РРТИ (РГРТУ им. В. Ф. Уткина) за полноценные знания в радиотехнике и радиолокации и незабываемое студенчество, тем более в юбилейный год 70-летия родного вуза (автор и РРТИ родились в один год - 1951).

### Список литературы

[1] Mandelbrot B. Les Objects Fractal: forme, hasard et dimension. Paris: Flammarion, 1975. 190 p.

- [2] Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. N.Y.: Freeman and Comp., 1982. 468 p.
- [3] Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос, 2002. 664 с.
- [4] Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005. 848 с.
- [5] Профессор Александр Алексеевич Потапов. Фракталы в действии: Биобиблиографический указатель / Под ред. академика Ю.В. Гуляева. М.: ЦПУ “Радуга”, 2019. 256 с. (Одобрено Ученым советом ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН 26.12.2018).
- [6] Potapov Alexander A., Wu Hao, Xiong Shan. Fractality of Wave Fields and Processes in Radar and Control. Guangzhou: South China University of Technology Press, 2020. 280 p.
- [7] Потапов А.А. Фракталы и хаос как основа новых прорывных технологий в современных радиосистемах. Дополнение к кн.: Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. М.: Техносфера, 2006. С. 374-479.
- [8] Бункин Б.В., Реутов А.П., Потапов А.А. и др. Вопросы перспективной радиолокации (Коллективная монография). М.: Радиотехника, 2003. 512 с.
- [9] Подосенов С.А., Потапов А.А., Соколов А.А. Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур / Под ред. А.А. Потапова. М.: Радиотехника, 2003. 720 с.
- [10] Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Пахомов А.А., Герман В.А. Новейшие методы обработки изображений / Под ред. А.А. Потапова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 496 с. (монография - по гранту РФФИ № 07 – 07 - 07005).
- [11] Подосенов С.А., Потапов А.А., Фоукзон Дж., Менькова Е.Р. Неголономные, фрактальные и связанные структуры в релятивистских сплошных средах, электродинамике, квантовой механике и космологии. В 3-х томах / Под ред. А.А. Потапова. М.: ЛЕНАНД, URSS, 2016. 1128 с.
- [12] Марголин В.И., Потапов А.А., Фармаковский Б.В., Кузнецов П.А. Развитие нанотехнологий на основе нанокompозитов. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2016. 190 с.
- [13] Потапов А.А., Быстров Р.П., Гвоздев А.Е., Немцов А.В. Избранные вопросы теории и практики линейной и нелинейной радиолокации. В 3-х частях / Под ред. А.А. Потапова. М.: 3 ЦЦНИИ МО РФ, 2014. 654 с.
- [14] Потапов А.А. Синтез изображений земных покровов в оптическом и миллиметровом диапазонах волн (01.04.03 - Радиофизика): автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: ИРЭ РАН, 1994. 44 с. (Ведущая организация НПО «Алмаз», официальные

оппоненты д.т.н. проф. Кулемин Г.П., д.ф.-м.н. Ржига О.Н., д.ф.-м.н. проф. Фукс И.М.).

[15]Потапов А.А. Многократное рассеяние волн на фрактальном ансамбле частиц и в больших неупорядоченных фрактальных системах // В книге: «Турбулентность, динамика атмосферы и климата» / Под ред. Г.С. Голицына и др. М.: Физматкнига, 2018. С. 564-573.

[16]Потапов А.А. Фрактальный метод и фрактальная парадигма в современном естествознании. Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2012. 108 с.

[17]Потапов А.А. Фрактальный метод, фрактальная парадигма и метод дробных производных в естествознании // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Математическое моделирование. Оптимальное управление. 2012. № 5(2). С. 172-180.

[18]Potapov Alexander. On the Indicatrices of Waves Scattering from the Random Fractal Anisotropic Surface. Глава 9 в кн.: Fractal Analysis - Applications in Physics, Engineering and Technology / Ed. Fernando Brambila.- Rijeka: InTech, 2017. P. 187-248.

[19]Гуляев Ю.В., Потапов А.А. Применение теории фракталов, дробных операторов, текстур, эффектов скейлинга и методов нелинейной динамики в синтезе новых информационных технологий для задач радиоэлектроники (в частности, радиолокации) // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 9. С. 839-854.

[20]Потапов А.А. Волны в неупорядоченных больших фрактальных системах: радиолокация, наносистемы, кластеры беспилотных летательных аппаратов и малоразмерных космических аппаратов // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63. № 9. С. 915-934.

[21]Потапов А.А. Фракталы, скейлинг и дробные операторы в обработке информации (Московская научная школа фрактальных методов в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 1981–2011 гг.) // Сб. науч. тр. “Необратимые процессы в природе и технике” / Под ред. В.С. Горелика и А.Н. Морозова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана и Физический институт имени П.Н. Лебедева РАН, 2012. Вып. IV. С. 5-117.

[22]Потапов А.А. Очерки по развитию дробного исчисления в работах А.В. Летникова // Радиотехника. Наносистемы. Информационные технологии - РЭНСИТ, 2012. Т. 4, № 1. С. 3-102.

[23]Потапов А.А. Размышления о фрактальном методе, методе дробных интегропроизводных и фрактальной парадигме в современном естествознании (Из записных книжек автора) // РЭНСИТ. 2012. Т. 4. № 1. С. 103-142.

[24] Патент RU 2746038 C1 G06T 5/50 (2020.09). Способ фрактального комплексирования многочастотных радиолокационных изображений / Кузнецов В.А., Потапов А.А., Аликулов Е.А. // (Приоритет изобретения 05.09.2020 г. Дата государственной регистрации 06.04.2021 г.). Бюл. № 10.

[25] Потапов А.А., Кузнецов В.А., Аликулов Е.А. Анализ способов комплексирования изображений, формируемых многодиапазонными радиолокационными станциями с синтезированной апертурой // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2021. Т. 24. № 3. С. 6-21.

[26] Потапов А.А., Кузнецов В.А., Аликулов Е.А. Мультифрактальное комплексирование многодиапазонных радиолокационных изображений // Тез. докл. Междунар. конф. «XXII Харитоновские тематические научные чтения. Суперкомпьютерное моделирование и искусственный интеллект» (Саров, 24 - 27 мая 2021 г.). Саров: Изд-во ФГУП «РФЯЦ – ВНИИЭФ», 2021. С. 108-109.

[27] Потапов А.А., Кузнецов В.А., Аликулов Е.А. Структурно-параметрический синтез систем оптимальной текстурно-фрактальной обработки многомерных радиолокационных изображений // Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67. № 1. С. 51-67.

[28] Потапов А.А., Кузнецов В.А., Потоцкий А.Н. Новый класс топологических текстурно - мультифрактальных признаков и их применение для обработки радиолокационных и оптических малоконтрастных изображений // Радиотехника и электроника. 2021. Т. 66. № 5. С. 457-467.

[29] Засовин Э.А., Борзов А.Б., Быстров Р.П., Илясов Е.П., Потапов А.А., Соколов А.В., Титов А.Н. Радиотехнические и радиооптические системы. М.: Издательский дом «Круглый год», 2001. 752 с.

[30] Потапов А.А. О стратегических направлениях в синтезе новых видов радиолокационных текстурно-фрактальных обнаружителей малоконтрастных объектов с выделением их контуров и локализацией координат на фоне интенсивных помех от поверхности земли, моря и осадков // Труды IV Всероссийской НТК «РТИ Системы ВКО – 2016», посв. 100-летию НИИДАР и 70-летию РТИ им. академика А.Л. Минца (Москва, ОАО «РТИ им. академика А. Л. Минца», 02 - 03 июня 2016 г.). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. С. 438-448.

[31] Potapov Alexander A. Chaos Theory, Fractals and Scaling in the Radar: A Look from 2015. – Глава 12 в кн.: The Foundations of Chaos Revisited: From Poincaré to Recent

Advancements / Ed. C. Skiadas. Switzerland, Basel: Springer Int. Publ., 2016. P. 195-218.

[32] Potapov Alexander A. Postulate “The Topology Maximum at the Energy Minimum” for Textural and Fractal-and-Scaling Processing of Multidimensional Super Weak Signals against a Background of Noises. – Глава 3 в кн.: Nonlinearity: Problems, Solutions and Applications. Vol. 2 / Ed. Ludmila A. Uvarova et al. New York: Nova Science Publ., 2017. P. 35-94.

[33] Потапов А.А. Фрактально-скейлинговая или масштабно-инвариантная радиолокация: открытие, обоснование и пути развития // Актуальные вопросы состояния, эксплуатации и развития комплексов бортового радиоэлектронного оборудования воздушных судов, проблемы подготовки специалистов / Сб. науч. ст. по материалам II Всероссийской науч.-практ. конф. «Авионика» (16 – 17 марта 2017 г.). Воронеж: Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил “Военно-воздушная академия им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина”, 2017. С. 143-152.

[34] Potapov A.A. Fractal Scaling or Scale-invariant Radar: A Breakthrough into the Future // Universal Journal of Physics and Application. 2017. V. 11. No. 1. P. 13-32.

[35] Потапов А.А. Фрактально-скейлинговая или масштабно-инвариантная радиолокация и фрактальная обработка сигналов и изображений // Сб. науч. работ к 65-летию создания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и 110-летию со дня рождения академика В.А. Котельникова / Под ред. чл.-корр. РАН С.А. Никитова. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 2018. С. 99-104.

[36] Потапов А.А. Текстуальные и фрактально-скейлинговые методы обнаружения, обработки и распознавания слабых радиолокационных сигналов и малоконтрастных изображений на фоне интенсивных помех // Вестник воздушно-космической обороны («НПО «Алмаз» им. академика А. А. Расплетина»). 2018. № 2(18). С. 15-26.

[37] Потапов А.А. Применение принципов фрактально-скейлинговой или масштабно-инвариантной радиолокации в РСА, БЛА и МИМО-системах. В кн.: Радиолокация. Результаты теоретических и экспериментальных исследований. В 2-х книгах. Кн. 2 / Под ред. А.Б. Бляхмана. М.: Радиотехника, 2019. С. 15-39.

[38] Потапов А.А. Фрактальные и текстуальные немарковские эргодические процессы и их радиофизические приложения: опыт 40-летних исследований // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1. Естественные науки. 2019. Т. 34. № 4. С. 42-52.

[39] Klyuev Dmitriy S., Neshcheret Anatoly M., Osipov Oleg V., Potapov Alexander A., Sokolova Julia V. Microstrip and Fractal Antennas Based on Chiral Metamaterials in MIMO

Systems // In: 12th Chaotic Modeling and Simulation International Conference - CHAOS 2019 / Ed: C. Skiadas, Y. Dimotikalis (Springer Proceedings in Complexity book series - SPCOM). Cham, Switzerland: Springer Int. Publ., 2020. P. 295-306.

[40] Klyuev Dmitriy S., Neshcheret Anatoly M., Osipov Oleg V., Potapov Alexander A. Investigation of Electromagnetic Characteristics of a Chiral Metamaterial Based on Mutually Orthogonal Helical and Fractal Elements // In: 13th Chaotic Modeling and Simulation International Conference - CHAOS 2020 / Ed: C. Skiadas, Y. Dimotikalis (Springer Proceedings in Complexity book series - SPCOM). Cham, Switzerland: Springer Int. Publ., 2021. P. 387-398.

[41] Потапов А.А. Фрактальная электродинамика. Численное моделирование малых фрактальных антенных устройств и фрактальных 3D микрополосковых резонаторов для современных сверхширокополосных или многодиапазонных радиотехнических систем // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 7. С. 629-665.

[42] Beliaeva V.S., Klyuev D.S., Neshcheret A.M., Potapov A.A., Sokolova Y.V. Fractal Antenna Systems with Chiral Metamaterials Substrates for MIMO Systems / In: Hu Z., Petoukhov S., He M. (eds).- Advances in Artificial Systems for Medicine and Education V. AIMEE 2021. (Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies, V. 107). Cham: Switzerland: Springer Int. Publ., 2022. P. 329-345.

[43] Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Способ синтеза радиолокационного изображения и устройство для его осуществления (Зарегистрирован в Государственном реестре изобретений РФ 27.08.2003 г.). Патент на изобретение № 2211461 от 27.08.2003. Приоритет от 18.06.2001.

[44] Danping Pan, Tianhua Feng, Wei Zhang, and Alexander A. Potapov. Unidirectional light scattering by electric dipoles induced in plasmonic nanoparticles // Optics Letters. 2019. V. 44. No. 11. P. 2943-2946.

[45] Wan Lei, Pan Danping, Yang Shuaifeng, Zhang Wei, Potapov Alexander A., Wu Xia, Liu Weiping, Feng Tianhua, and Li Zhaohui. Optical analog computing of spatial differentiation and edge detection with dielectric metasurfaces // Optics Letters. 2020. V. 45. No. 7. P. 2070-2073.

[46] Pan Danping, Wan Lei, Potapov Alexander A., and Feng Tianhua. Performing Spatial Differentiation and Edge Detection with Dielectric metasurfaces // QELS\_Fundamental Science "OSA Technical Digest Conf. on Lasers and Electro-Optics (CLEO) (San Jose, California, USA, 10 - 15 May 2020)". Washington: Optical Society of America, 2020. Paper FW4B.2.pdf. 2 pp. (From the session "Inverse Design and Computation (FW4B)").

[47] Feng Tianhua, Potapov Alexander A., Liang Zixian, and Xu Yi. Huygens Metasurfaces

Based on Congener Dipole Excitations // *Physical Review Applied*. 2020. V. 13. Article No. 021002. 6 pp.

[48]Feng Tianhua, Yang Shuaifeng, Lai Ning, Chen Weilian, Pan Danping, Zhang Wei, Potapov Alexander A., Liang Zixian, and Xu Yi. Manipulating light scattering by nanoparticles with magnetoelectric coupling // *Physical Review B*. 2020. V. 102. Article No. 205428. 7 pp.

[49]Wan Lei, Pan Danping, Feng Tianhua, Liu Weiping, Potapov A.A. A review of dielectric optical metasurfaces for spatial differentiation and edge detection // *Frontiers of Optoelectronics*. 2021. V. 14. No. 2. P. 187-200.

[50]Wan Lei, Pan Danping, Ouyang Min, Zhang Wei, Potapov Alexander A., Liu Weiping, Liang Zixian, Feng Tianhua, Li Zhaohui. Laplace metasurfaces for optical analog computing based on quasi-bound states in the continuum // *Photonics Research*. 2021. V. 9. No. 9. P. 1758-1766.

[51]Yang Shuaifeng, Wan Lei, Wang Fugen, Potapov Alexander A., and Feng Tianhua. Strong optomechanical coupling in chain-like waveguides of silicon nanoparticles with quasi-bound states in the continuum // *Optics Letters*. 2021. V. 46. No. 18. P. 4466-4469.

[52]Опаленов Ю.В., Потапов А.А., Федюнин С.Ю. Формирование сложных фазоманипулированных сигналов в задачах дистанционного зондирования // Тез. докл. НТК «Формирование сложных сигналов» (Суздаль, 28.11 - I. 12.88). М.: Изд-во Союза НИО СССР, 1988. С. 49.

[53]Опаленов Ю.В., Потапов А.А., Федюнин С.Ю. Радиофизический измерительный комплекс со сложным фазоманипулированным сигналом для исследования природных ресурсов: принципы построения и анализ экспериментальных результатов // Тез. докл. II Всесоюзной НТК «Теория и техника пространственно-временной обработки сигналов» (Свердловск, 6 - 10.06.89). Свердловск: Изд-во УПИ, 1989. С. 110-111.

[54]Опаленов Ю.В., Потапов А.А., Федюнин С.Ю. Радиофизический измерительный комплекс со сложным ФМ сигналом в диапазоне миллиметровых волн // *Радиотехника*. 1991. № 11. С. 67-70.

[55]Опаленов Ю.В., Потапов А.А., Струков А.З. Экспериментальные исследования РЛС с полным цифровым поляризационным зондированием и фрактально – радоновской фильтрацией // Тез. докл. II НТК «Радиооптические технологии в приборостроении» (Сочи, 13 - 17 сентября 2004 г.). М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. С. 26-27.

[56]Подосенов С.А., Потапов А.А. О фрактальной геометрии пространства – времени детерминированных структур // Тез. докл. I науч.-техн. конф. «Радиооптические технологии

в приборостроении” (Сочи, 9-12.09.2003). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. С. 62-63.

[57] Подосенов С.А., Потапов А.А. Фрактальная геометрия пространства – времени детерминированных структур // Тр. Междунар. Междисциплинарного симпозиума “Фракталы и прикладная синергетика – ФИПС-03” (Москва, 17-20.11.2003). М.: Изд-во МГОУ, 2003. С. 250-253.

[58] Родичев В.И. Теория тяготения в ортогональном репере. М.: Наука, 1974. 184 с.

[59] Власов А.А. Статистические функции распределения. М.: Наука, 1966. 356 с.

[60] S.A. Podosenov, J. Foukzon, and A.A. Potapov. A Study of the Motion of a Relativistic Continuous Medium // *Gravitation and Cosmology*. 2010. V. 16. № 4. P. 307-312.

[61] Podosenov S.A., Foukzon J., Potapov A.A., and Men’kova E.R. Electrodynamics in Noninertial Reference Frames // *Journal of Applied Mathematics and Physics*. 2016. V. 4. № 4. P. 806-843.

[62] Подосенов С.А., Потапов А.А., Фоукзон Дж, Менькова Е.Р. Метрика и уравнения структуры в релятивистских сплошных средах // РЭНСИТ. 2019. Т. 11. № 2. С. 113-124.

[63] Foukzon J., Men’kova E. and Potapov A. The Solution Cosmological Constant Problem // *Journal of Modern Physics*. 2019. V. 10. P. 729-794.

[64] Foukzon J., Menkova E.R., Potapov A.A., and Podosenov S.A. Quantum Field Theory in Fractal Space-Time with Negative Hausdorff-Colombeau Dimensions. The Solution Cosmological Constant Problem // <https://arxiv.org/abs/1004.0451>. 2019.

[65] Foukzon Jaykov, Men’kova Elena R., Potapov Alexander A. The Solution Cosmological Constant Problem. Quantum Field Theory in Fractal Space-Time with Negative Hausdorff-Colombeau Dimensions and Dark Matter Nature // *Journal of Physics: Conf. Ser.* 2019. V. 1391. Paper ID 012058.

[66] Foukzon Jaykov, Men’kova E.R. Potapov A.A. Singular general relativity using the Colombeau approach. I. Distributional Schwarzschild geometry from nonsmooth regularization via horizon // *Physics Essays*. 2020. V. 33. №. 2. P. 180-199.

[67] Потапов Александр Алексеевич. - Краткая научная биография // В кн. «Международный форум промышленного развития новых материалов» (Jining, China, 11 - 13 December, 2019). Jining: Jining National High-tech Industrial Development Zone, 2019. P. 8 (китайск., японск., рус. яз.).

[68] Потапов А.А. Фазовые переходы и динамические критические явления в теории фрактально-скейлинговой радиолокации (1979 – 2019 гг.). Часть I – Часть III // *Материалы I*

Всероссийской НТК с междунар. участием “Актуальные проблемы физики конденсированного состояния”, посв. 100-летию ГГНТУ (г. Грозный, 29 февраля 2020 г.).

Грозный: ГГНТУ им. акад. М.Д. Миллионщикова, 2020. С. 59-78.

[69] Потапов А.А. Прорывные фрактальные технологии в радиоэлектронных системах // *Материалы VI междунар. науч.-практ. молодежной конф. “Февральские чтения 2021: Творческий потенциал молодежи в решении авиакосмических проблем”* (Азербайджан, Баку, 2 – 4 февраля 2021 г.). - Баку: Национальная Академия Авиации, 2021. С. 15–22. (*Пленарный доклад*).

[70] Потапов А.А. Фрактальные технологии: проблемы и перспективы // *Сб. тез. XXVII Байкальской Всероссийской конф. с международным участием “Информационные и математические технологии в науке и управлении”*, Байкальская сессия (Иркутск, Байкал, остров Ольхон, 29 июня - 8 июля 2022 г.). Иркутск: Изд-во ИСЭМ СО РАН, 2022. С. 19. (*Пленарный доклад*).

[71] Потапов А.А. Топологическая текстурно-фрактальная обработка сигналов и полей в радиофизике, радиотехнике и радиолокации: созданные методы и технологии (1979 – 2022 гг.) — фрактальная инженерия // *GraphiCon 2022: Труды 32-й Междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению* (Рязань, 19-22 сентября 2022 г., РГРТУ им. В.Ф. Уткина). – М.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2022. С. 741-755. ISSN 2618-8317. (*Пленарный доклад*). DOI: 10.20948/graphicon-2022-741-755

[72] Потапов А.А. Фрактальный инжиниринг и его влияние на прорывные информационные технологии // *Сб. тез. пленарных докладов II Всероссийского форума с международным участием “Академические Жуковские чтения”* (г. Воронеж, 23 - 25 ноября 2022 г.). - Воронеж: ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», 2022. С. 16-18. (*Пленарный доклад*).

[73] Potapov Alexander A. Author's Approaches to Fractal Engineering and the Philosophy of Fractal Engineering: Fractal Radio Systems and International Priorities in the Study of Fractal Applications in Radio Electronics // *Proc. IEEE Conf. Antenna Measurements & Applications (IEEE CAMA)* (China, Guangzhou, 14-17 December 2022). 6 p.